

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**DẠNG 1. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ**

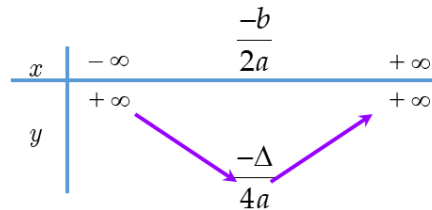
Câu 1. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$. B. $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$. C. $\left(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$a > 0$. Bảng biến thiên



Câu 2. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

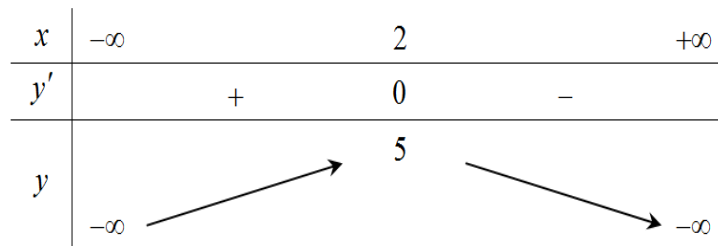
- A. Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số đồng biến.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 C. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Đỉnh của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = 2$

Bảng biến thiên của hàm số:



Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định **D** sai.

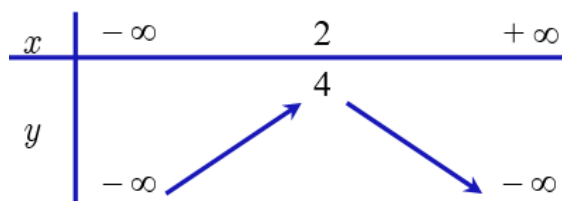
Câu 3. Hàm số $y = 4x - x^2$ có sự biến thiên trong khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. tăng. B. giảm.
 C. vừa tăng vừa giảm. D. không tăng không giảm.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên



Câu 4. Hàm số $y = x^2 - 4x + 11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-2; +\infty)$ B. $(-\infty; +\infty)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-\infty; 2)$ **Lời giải****Chọn C**

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ **Câu 5.** Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ làA. $(-\infty; -2)$.B. $(-\infty; 2)$.C. $(-2; +\infty)$.D. $(2; +\infty)$.**Lời giải****Chọn D**Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.Vì vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.**Câu 6.** Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ làA. $(-\infty; -4)$.B. $(-\infty; -4)$.C. $(-\infty; 2)$.D. $(-2; +\infty)$.**Lời giải****Chọn C**Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.Vì vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$.**Câu 7.** Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 3$. Chọn khẳng định đúng.A. Hàm số đồng biến trên $\square$.B. Hàm số nghịch biến trên $\square$.C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.D. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.**Lời giải****Chọn D**Do $a = -1$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.**Câu 8.** Hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?A. $(1; +\infty)$.B. $(-2; +\infty)$.C. $(-\infty; 1)$.D. $(3; +\infty)$.**Lời giải****Chọn A**Ta có hàm số $(P): y = f(x) = x^2 - 2x + 3$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1$; nên (P) có bề lõm hướng lên.Hoành độ đỉnh của parabol $x_l = \frac{-b}{2a} = 1$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- Câu 9.** Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?
A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0$; $-\frac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

- Câu 10.** Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?
A. $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{6}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$(P): y = f(x) = -3x^2 + x - 2$, TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Có $a = -3$, đỉnh S có hoành độ $x = \frac{1}{6}$.

Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$.

- Câu 11.** Cho hàm số $y = -x^2 + 6x - 1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty; 3)$ **B.** $(3; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 6)$ **D.** $(6; +\infty)$

Lời giải

Ta có $a = -1 < 0$, $\frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Đáp án A.

- Câu 12.** Cho hàm số $y = x^2 - 3mx + m^2 + 1$ (1), m là tham số. Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- A.** $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $y = x^2 - 3x + 2$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2(m+1)x - 3$ đồng biến trên khoảng $(4; 2018)$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Hàm số có $a = 1 > 0$, $\frac{-b}{2a} = m+1$ nên đồng biến trên khoảng $(m+1; +\infty)$.

Do đó để hàm số đồng biến trên khoảng $(4; 2018)$ thì ta phải có

$$(4; 2018) \subset (m+1; +\infty) \Leftrightarrow m+1 \leq 4 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vậy có ba giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 1, 2, 3.

Đáp án D.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y = x^2 + 2(b+6)x + 4$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

- A. $b \geq 0$. B. $b = -12$.
C. $b \geq -12$. D. $b \geq -9$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x) = x^2 + 2(b+6)x + 4$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$, $-\frac{b}{2a} = -b-6$

nên có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-(b+6)$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-(b+6))$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đồng biến trên $(6; +\infty)$ thì $\Leftrightarrow (6; +\infty) \subset (-b-6; +\infty) \Leftrightarrow -b-6 \leq 6 \Leftrightarrow b \geq -12$.

Câu 15. Hàm số $y = -x^2 + 2(m-1)x + 3$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ khi giá trị m thỏa mãn:

- A. $m \leq 0$. B. $m > 0$. C. $m \leq 2$. D. $0 < m \leq 2$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường $x = m-1$. Đồ thị hàm số đã cho có hệ số x^2 âm nên sẽ đồng biến trên $(-\infty; m-1)$ và nghịch biến trên $(m-1; +\infty)$. Theo đề, cần: $m-1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2|m+1|x - 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

- A. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $-3 < m < 1$. C. $-3 \leq m \leq 1$. D. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = -x^2 + 2|m+1|x - 3$ có $a = -1 < 0$; $-\frac{b}{2a} = |m+1|$ nên hàm số nghịch biến trên $(|m+1|; +\infty)$.

Để hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$ thì $(2; +\infty) \subset (|m+1|; +\infty)$

$$\Leftrightarrow |m+1| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq m+1 \leq 2 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$$

Câu 17. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 + (m-1)x + 2m-1$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$. Khi đó tập hợp $(-10; 10) \cap S$ là tập nào?

- A. $(-10; 5)$. B. $[5; 10)$. C. $(5; 10)$. D. $(-10; 5]$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là đồ thị của $y = f(x) = x^2 + (m-1)x + 2m-1$.

$y = f(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1$.

Gọi I là đỉnh của (P) , có $x_I = \frac{1-m}{2}$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $\frac{1-m}{2}; +\infty$.

Do đó để hàm số trên khoảng $(-2; +\infty)$ khi $\frac{1-m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \leq 5$.

Suy ra tập $S = [5; +\infty)$. Khi đó $(-10; 10) \cap S = [5; 10)$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để hàm số $f(x) = mx^2 - 4x - m^2$ luôn nghịch biến trên $(-1; 2)$.

- A. $m \leq 1$. B. $-2 \leq m \leq 1$. C. $0 < m \leq 1$. D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn C

- Với $m > 0$, ta có hàm số $f(x) = mx^2 - 4x - m^2$ nghịch biến trên $(-\infty; \frac{2}{m})$, suy ra hàm nghịch

biến trên $(-1; 2)$ khi $(-1; 2) \subset (-\infty; \frac{2}{m}) \Leftrightarrow 2 \leq \frac{2}{m} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1$.

Câu 19. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

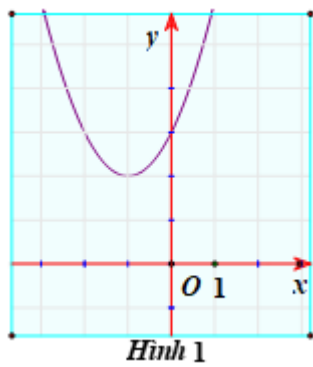
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

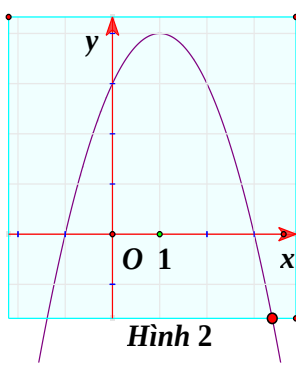
Chọn B

Hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ có đỉnh $I(1;3)$, hệ số $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

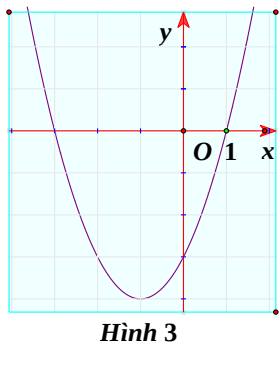
Câu 20. Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x - 3$



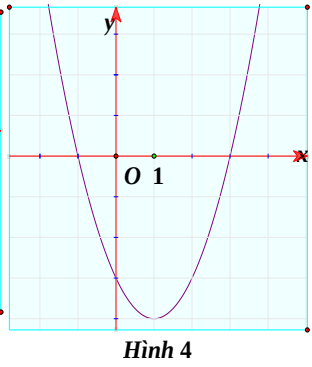
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị có:

$(P): y = f(x) = x^2 - 2x - 3$; có $a = 1 > 0$; nên (P) có bề lõm hướng lên (loại hình 2).

(P) có đỉnh I có $x_I = 1$ (loại hình 1 và 3).

Vậy $(P): y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị là hình 4.

Câu 21. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^4 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = -2x^4 + 4x + 1$ có hệ số $a = -2 < 0$ nên bề lõm quay lên trên vì vậy ta loại đáp án B,

D. Hàm số có tọa độ đỉnh $I(1;3)$ nên ta loại đáp án A.

Vậy bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^4 + 4x + 1$ là bảng C.

Câu 22. Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ là:

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

Lời giải

Chọn A

$$y = -x^2 + 2x - 1$$

Có $a = -1 < 0$, nên loại C và **D**.

Tọa độ đỉnh $I(1; 0)$, nên nhận **A**.

Câu 23. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y = -x^2 + 2x + 2$?

A.

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

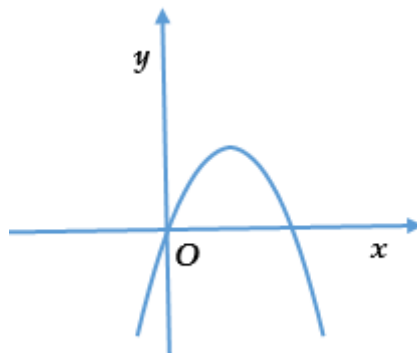
Chọn C

$$y' = -2x + 2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$; nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 24. Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có hệ số a là



A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a = 1$.

D. $a = 2$.

Lời giải

Chọn B

Bề lõm hướng xuống $a < 0$.

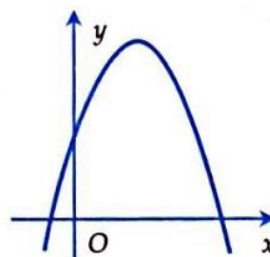
Câu 25. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$

B. $a < 0, b < 0, c < 0$

C. $a < 0, b > 0, c > 0$

D. $a < 0, b < 0, c > 0$



Lời giải

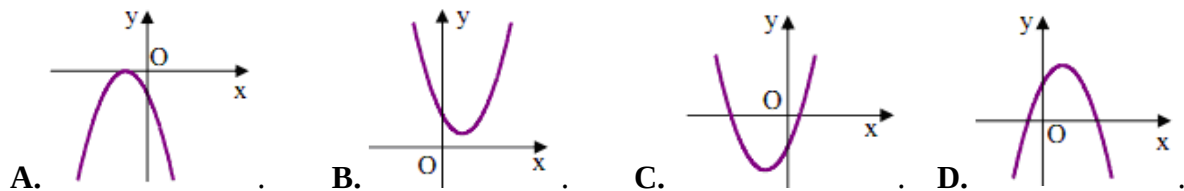
Đáp án C.

Parabol quay bề lõm xuống dưới $\Rightarrow a < 0$.

Parabol cắt Oy tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

Đỉnh của parabol có hoành độ dương $\Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0$ mà $a < 0$ nên suy ra $b > 0$.

Câu 26. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0, b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng



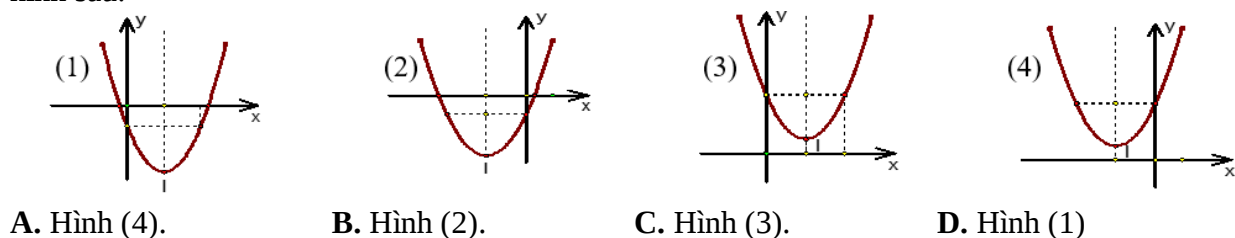
Lời giải

Chọn C

Do $a > 0$ nên Parabol quay bề lõm lên trên, suy ra loại phương án A, D . Mặt khác do $a > 0, b > 0$ nên đỉnh Parabol có hoành độ $x = -\frac{b}{2a} < 0$ nên loại phương án B . Vậy chọn C .

(Nhận xét: Với các đáp án này thừa đủ điều kiện $c < 0$)

Câu 27. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a > 0, b < 0, c > 0)$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình sau:



Lời giải

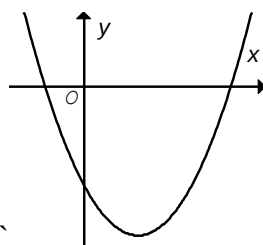
Chọn C

Vì $c > 0$ nên đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm phía trên trục hoành.

Mặt khác $a > 0, b < 0$ nên hai hệ số này trái dấu, trục đối xứng sẽ phía phải trục tung.

Do đó, hình (3) là đáp án cần tìm.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại **D**.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B,

C. Chọn **A**.

Câu 29. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây:

x	0	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	-1	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

Xác định dấu của a, b, c .

A. $a < 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

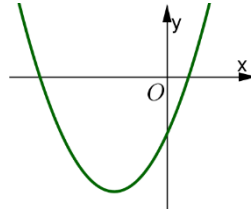
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Parabol (P) có bề lõm quay xuống dưới; hoành độ đỉnh dương;

$$\text{cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng } -1 \text{ nên } \begin{cases} a < 0 \\ \frac{-b}{2a} > 0 \\ c = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Câu 30. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $a > 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b < 0; c > 0$.

C. $a > 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a > 0; b > 0; c < 0$.

Lời giải

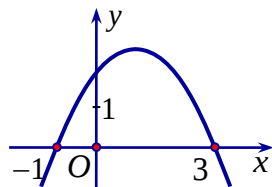
Chọn D

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c < 0$.

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\frac{b}{2a} < 0$, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 31. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, nhận thấy:

* Đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm quay xuống dưới nên $a < 0$.

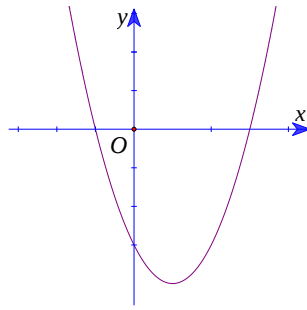
* Đồ thị cắt trục tung tại tung độ bằng c nên $c > 0$.

* Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$ nên x_1, x_2 là hai nghiệm của

phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ mà theo Vi-et $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2 \Leftrightarrow b = -2a \Rightarrow b > 0$.

* Vậy $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 32. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

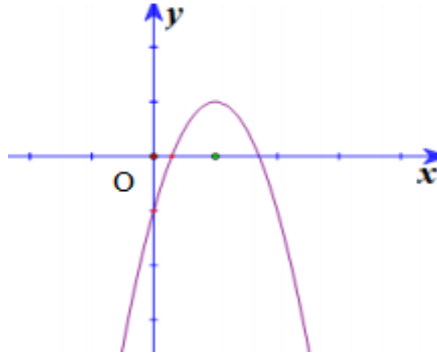
Chọn A

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ ($=c$) âm nên $c < 0$. Suy ra loại B, **D.**

Đồ thị hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$, hoành độ đỉnh $\left(= \frac{-b}{2a} \right)$ dương nên

$$\frac{-b}{2a} > 0, a > 0 \Rightarrow b < 0.$$

Câu 33. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$. Có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào đúng?



- A.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét:

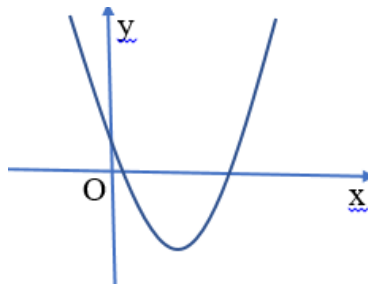
+) Parabol có bề lõm quay xuống dưới nên $a < 0$.

+) Parabol cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0 và tung độ âm nên thay $x=0$ vào $y = ax^2 + bx + c$ suy ra $c < 0$.

+) Parabol có trục đối xứng nằm bên phải trục tung nên $x = -\frac{b}{2a} > 0$ mà $a < 0$ nên $b > 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b = 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

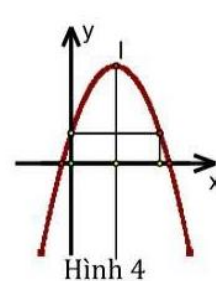
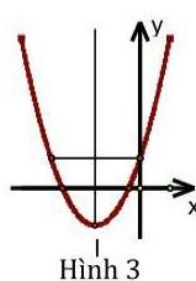
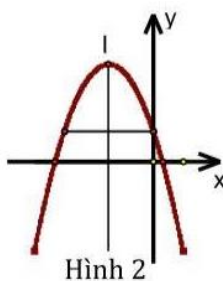
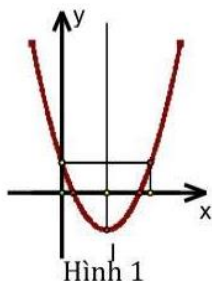
Chọn C

Từ dáng đồ thị ta có $a > 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} > 0$ mà $a > 0$ suy ra $b < 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



A. hình (4).

B. hình (3).

C. hình (2).

D. hình (1).

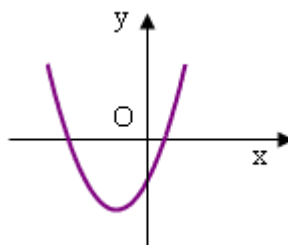
Lời giải

Chọn C

Vì $a < 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới $\Rightarrow$ loại hình (1), hình (3).

$a < 0; b < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0$ nên trục đối xứng của (P) nằm bên trái trục tung. Vậy hình (2) thỏa mãn nên chọn đáp án C.

Câu 36. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

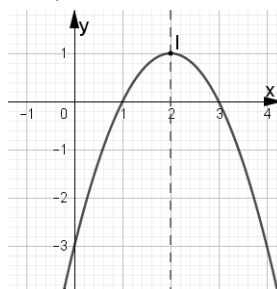
Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm nằm phía dưới trục Ox nên $C < 0$

Đồ thị có bề lõm hướng lên do đó $a > 0$

Tọa độ đỉnh nằm ở góc phần tư thứ III nên $\frac{-b}{2a} < 0$ và $b > 0$.

Câu 37. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = -x^2 + 4x - 3$.

B. $y = -x^2 - 4x - 3$.

C. $y = -2x^2 - x - 3$.

D. $y = x^2 - 4x - 3$.

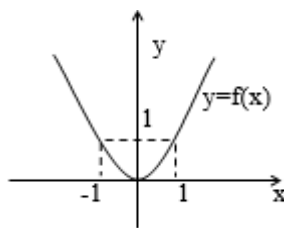
Lời giải

Chọn A

Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên $a < 0$. Loại phương án D.
 Trục đối xứng: $x = 2$ do đó chọn A.

D.

Câu 38. Đồ thị hàm số sau biểu diễn đồ thị hàm số nào?



A. $y = 2x^2$.

B. $y = x^2$.

C. $y = -x^2$.

D. $y = \frac{1}{2}x^2$.

Lời giải**Chọn B**

Đồ thị có hệ số $a > 0$ nên loại C.

Đồ thị đi qua điểm $(1; 1)$ nên loại A và loại D.

Câu 39. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào ?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	2	$+\infty$

A. $y = 2x^2 - 4x + 4$.

B. $y = -3x^2 + 6x - 1$.

C. $y = x^2 + 2x - 1$.

D. $y = x^2 - 2x + 2$.

Lời giải**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $a > 0$. Loại B.

Tọa độ đỉnh $I(1; 2) \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 > 0$. Suy ra $b < 0$. Loại C.

Thay $x = 1 \Rightarrow y = 2$. Loại D.

Câu 40. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-4	$+\infty$

A. $y = x^2 - 4x$.

B. $y = x^2 + 4x$.

C. $y = -x^2 + 4x$.

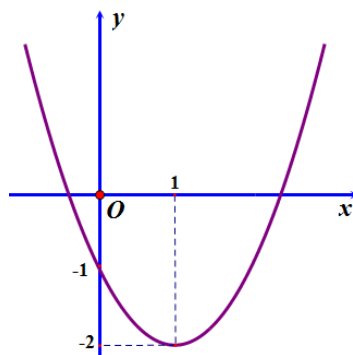
D. $y = -x^2 - 4x$.

Lời giải**Chọn A**

Từ bảng biến thiên suy ra hệ số $a > 0$. Loại C, D

Tọa độ đỉnh $I(2; -4)$ loại B

Câu 41. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A; B; C; D sau đây?



- A. $y = x^2 + 2x - 1$. B. $y = x^2 + 2x - 2$. C. $y = 2x^2 - 4x - 2$. D. $y = x^2 - 2x - 1$.

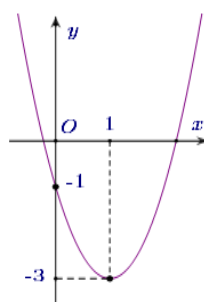
Lời giải

Chọn D

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại **B** và **C**

Hoành độ của đỉnh là $x_I = -\frac{b}{2a} = 1$ nên ta loại A và chọn **D**.

Câu 42. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Lời giải

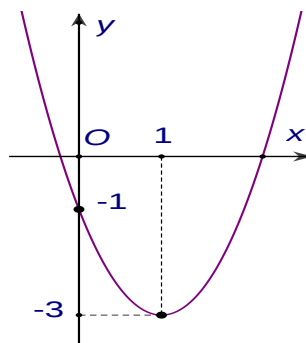
Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 43. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau:



Phương trình của parabol này là

- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên suy ra $c = -1$ (1)

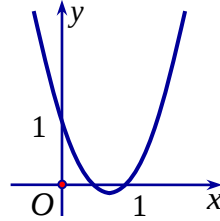
Đồ thị có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right) \equiv I(1; -3)$ nên ta có:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 1 \\ \frac{-\Delta}{4a} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ \Delta = 12a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ b^2 - 4ac - 12a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ 4a^2 - 4ac - 12a = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} c = -1 \\ b = -2a \\ 4a^2 - 8a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -1 \end{cases}$.

Ta được parabol có phương trình là $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 44. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



- A. $y = x^2 - 3x + 1$. B. $y = 2x^2 - 3x + 1$. C. $y = -x^2 + 3x - 1$. D. $y = -2x^2 + 3x - 1$.

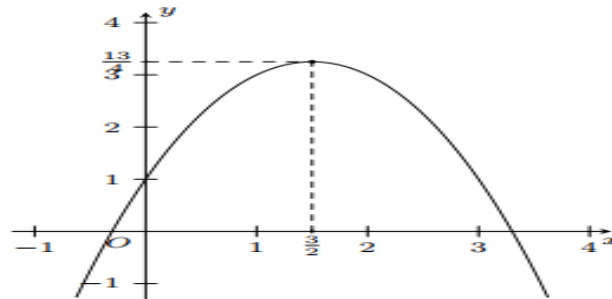
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có hàm số bậc hai có hệ số $a > 0$ nên ta loại đáp án C, D.

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1; 0)$, mà điểm $(1; 0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ và không thuộc đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ nên ta chọn B.

Câu 45. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A. $y = x^2 + 3x - 1$. B. $y = x^2 - 3x - 1$. C. $y = -x^2 - 3x - 1$. D. $y = -x^2 + 3x + 1$.

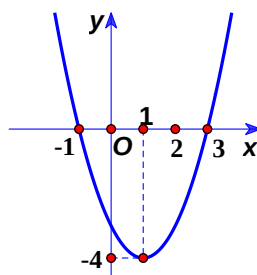
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A, B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án C.

Câu 46. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9.

B. 9.

C. -6.

D. 6.

Lời giải

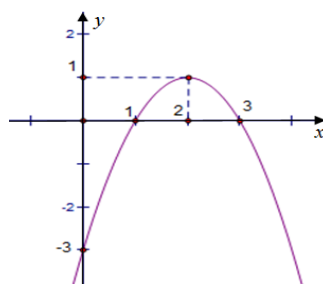
Chọn C

Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) đi qua các điểm $A(-1; 0)$, $B(1; -4)$, $C(3; 0)$ nên có hệ

$$\text{phương trình: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}.$$

Khi đó: $2a + b + 2c = 2.1 - 2 + 2(-3) = -6$.

Câu 47. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới



A. $y = -x^2 + 2x - 3$. B. $y = -x^2 + 4x - 3$. C. $y = x^2 - 4x + 3$. D. $y = x^2 - 2x - 3$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị trên là của hàm số bậc hai với hệ số $a < 0$ và có tọa độ đỉnh là $I(2; 1)$. Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$.

Câu 48. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	—	0	+
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

A. $y = -x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 + 4x - 9$. C. $y = x^2 - 4x - 1$. D. $y = x^2 - 4x - 5$.

Lời giải

Chọn C

Parabol cần tìm phải có hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số phải đi qua điểm $(2; -5)$. Đáp án C thỏa mãn.

Câu 49. Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$-\infty$	-4	$-\infty$

A. $y = x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 - 4x - 8$. C. $y = -x^2 - 4x + 8$. D. $y = -x^2 - 4x$.

Lời giải

Chọn B

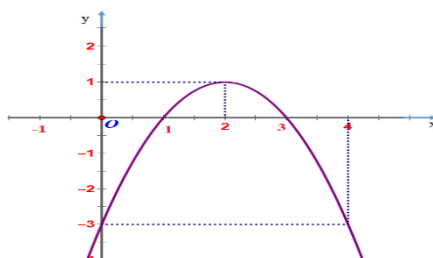
Dựa vào BBT ta thấy:

Parabol có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a < 0 \Rightarrow$ Loại **A**.

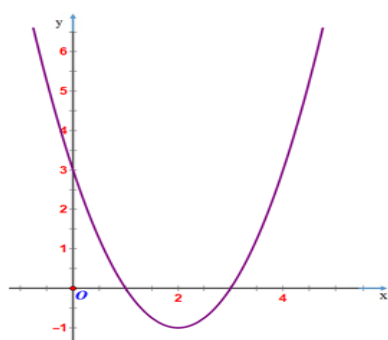
Parabol có đỉnh $I(-2; -4)$ nên thay $x = -2; y = -4$ vào các đáp án B, C, D.

Nhận thấy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

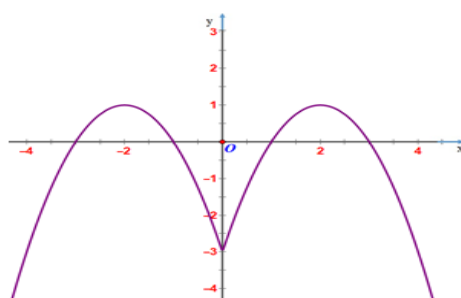
Câu 50. Cho đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$ có đồ thị như hình vẽ sau



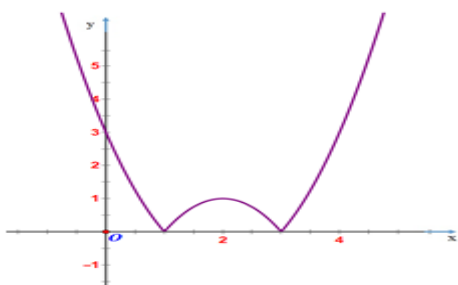
Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |-x^2 + 4x - 3|$



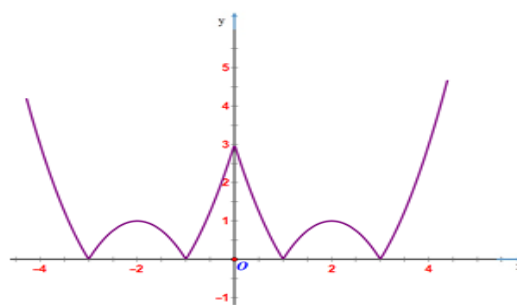
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2

B. Hình 4

C. Hình 1

D. Hình 3

Lời giải

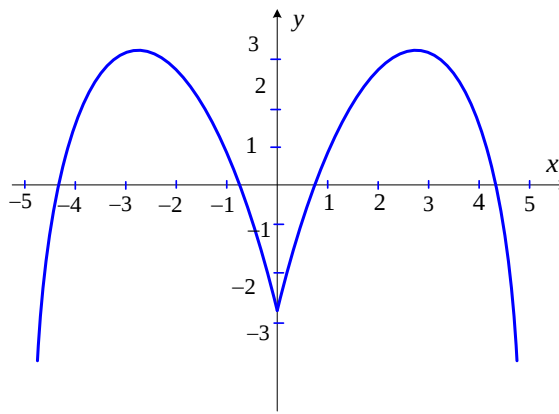
Chọn D.

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm hai phần

Phần 1: ứng với $y \geq 0$ của đồ thị $y = f(x)$.

Phần 2: lấy đối xứng phần $y < 0$ của đồ thị $y = f(x)$ qua trục Ox .

Câu 51. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = x^2 - 3x - 3$. B. $y = -x^2 + 5|x| - 3$. C. $y = -x^2 - 3|x| - 3$. D. $y = -x^2 + 5x - 3$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta loại A. và

D. Phần đồ thị bên phải trục tung là phần đồ thị

(P) của hàm số $y = -x^2 + 5x - 3$ với $x > 0$, tọa độ đỉnh của (P) là $\left(\frac{5}{2}; \frac{13}{4}\right)$, trục đối xứng là $x = 2,5$. Phần đồ thị bên trái trục tung là do lấy đối xứng phần đồ thị bên phải của (P) qua trục tung Oy. Ta được cả hai phần là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5|x| - 3$.

Câu 52. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ có đồ thị (P). Tìm mệnh đề sai.

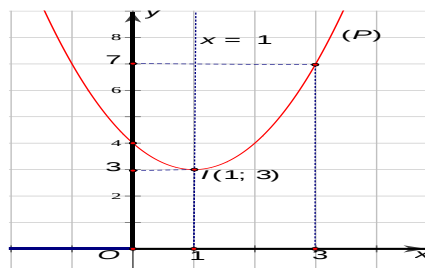
A. (P) có đỉnh $I(1;3)$. B. $\min y = 4, \forall x \in [0;3]$.

C. (P) có trục đối xứng $x = 1$.

D. $\max y = 7, \forall x \in [0;3]$.

Lời giải

Chọn B



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 4$: (P), ta nhận thấy:

(P) có đỉnh $I(1;3)$ nên A đúng.

$\min y = 3, \forall x \in [0;3]$, đạt được khi $x = 1$ nên B sai.

(P) có trục đối xứng $x = 1$ nên C đúng.

$\max y = 7, \forall x \in [0;3]$, đạt được khi $x = 3$ nên D đúng.

Câu 53. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 1$.

A. -3.

B. 1.

C. 3.

D. 13.

Lời giải

Chọn A.

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3 \geq -3.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$.

Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là -3 tại $x = 2$.

Câu 54. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 3$ đạt được tại

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$

Dấu bằng xảy ra khi $x = -1$ nên chọn đáp án **B**.

Câu 55. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^2 + x - 3$ là

A. -3 .

B. -2 .

C. $-\frac{21}{8}$.

D. $-\frac{25}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$$y = 2x^2 + x - 3 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right) - \frac{25}{8} \geq \frac{-25}{8}$$

$$y = \frac{-25}{8} \text{ khi } x = \frac{-1}{4} \text{ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số } y = 2x^2 + x - 3 \text{ là } \frac{-25}{8}.$$

Câu 56. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{12}$

B. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{12}$

C. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{3}$

D. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{3}$.

Lời giải

Ta có $\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$

Vì $a = -3 < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất là: $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{25}{12}$.

Đáp án A.

Câu 57. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

A. 17

B. 25

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{16}{5}$

Lời giải

Ta có $\frac{-b}{2a} = \frac{-1}{5} \in [-2; 2], a = 5 > 0$. Do đó $\min_{[-2; 2]} f(x) = \min_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4}{5}$.

Để dễ hiểu hơn, ta quan sát bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{5}$	2	$+\infty$
y	$+\infty$				$+\infty$



Lưu ý: $\max_{[-2;2]} f(x) = \max \{f(-2), f(2)\} = \max \{17, 25\} = 25.$

Câu 58. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

- A. $\frac{4}{5}$ B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. -20

Lời giải

Ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$ và $a = -3 < 0$. Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Mà

$[1; 3] \subset \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Do đó trên đoạn $[1; 3]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$, tức là

$$\max_{[1;3]} f(x) = f(1) = 0.$$

Đáp án B.

Câu 59. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng:

- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{4}{11}$ D. $\frac{8}{11}$

Lời giải

Đáp án D.

Hàm số $y = x^2 - 5x + 9$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4} > 0$.

Suy ra hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ có giá trị lớn nhất là $\frac{2}{\frac{11}{4}} = \frac{8}{11}$.

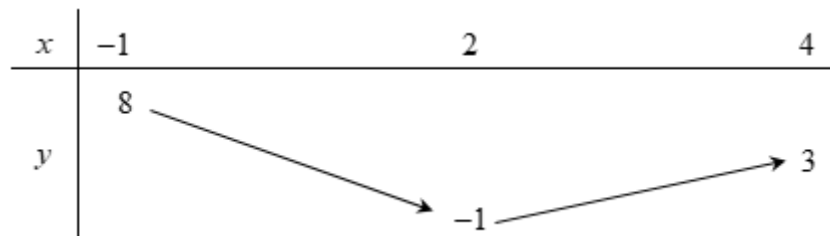
Câu 60. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ trên miền $[-1; 4]$ là

- A. -1. B. 2. C. 7. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Xét trên miền $[-1; 4]$ thì hàm số có bảng biến thiên là



Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 nên tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $8 + (-1) = 7$.

Câu 61. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2|x|$ là:

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

Lời giải

Đáp án C.

Cách 1: Đặt $t = |x|, t \geq 0$.

Hàm số $f(t) = t^2 - 2t$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $t = 1 > 0$.

Vậy hàm số $y = x^2 - 2|x|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $|x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Cách 2: Ta có

$$y = x^2 - 2|x| = (|x| - 1)^2 - 1 \geq -1 \quad \forall x; \quad y = -1 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1 .

Câu 62. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4|x| + 3$ là:

A. -1

B. 1

C. 4

D. 3

Lời giải

Đáp án D.

Ta có $x^2 \geq 0 \quad \forall x, |x| \geq 0 \quad \forall x$.

Suy ra $x^2 + 4|x| + 3 \geq 3 \quad \forall x$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 3 .

Câu 63. Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x - 8 & \text{khi } x \leq 2 \\ 2x - 12 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số khi $x \in [-1; 4]$. Tính $M + m$.

A. -14 .

B. -13 .

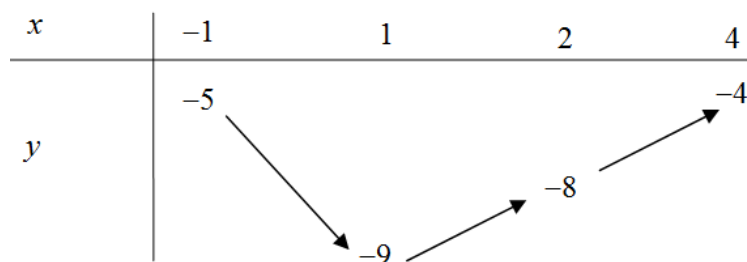
C. -4 .

D. -9 .

Lời giải

Chọn B

BBT



Dựa vào BBT ta có $M = -4, m = -9$.

Vậy $M + m = -4 + (-9) = -13$.

Câu 64. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$, suy ra $y = -4m - 2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi

$$\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 65. Hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi m thuộc

A. $(-\infty; 5)$.

B. $[7; 8)$.

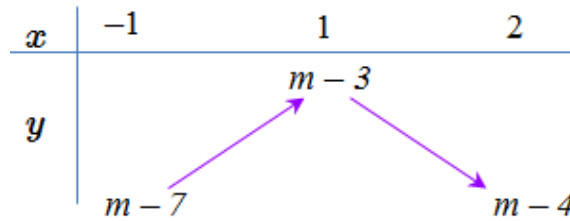
C. $(5; 7)$.

D. $(9; 11)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ trên đoạn $[-1; 2]$.



Hàm số đạt GTLN trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi và chỉ khi $m - 3 = 3 \Leftrightarrow m = 6$.

- Câu 66.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2mx + 5$ bằng 1 khi giá trị của tham số m là
A. $m = \pm 4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = \pm 2$. **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = x^2 + 2mx + 5$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{b}{2a}$.

Theo đề bài ta có $y\left(-\frac{b}{2a}\right) = 1 \Leftrightarrow y(-m) = 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m^2 + 5 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

- Câu 67.** Giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\square$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.** $m \in [-1; 0)$. **B.** $m \in \left(\frac{3}{2}; 5\right)$. **C.** $m \in \left(-\frac{5}{2}; -1\right)$. **D.** $m \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3m - 2 = (x - m)^2 - 3m - 2 \geq -3m - 2 \quad \forall x \in \square$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = m$. Vậy $\min y = -3m - 2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3m - 2 = -10 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$.

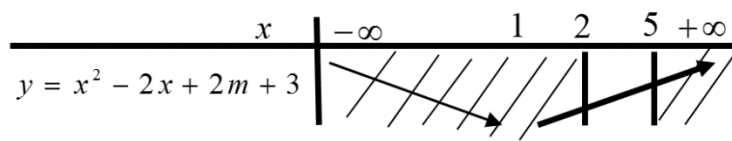
- Câu 68.** Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .
A. $m = 0$. **B.** $m = -9$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có hệ số $a = 1 > 0, b = -2$, trục đối xứng là đường thẳng

$x = -\frac{b}{2a} = 1$ nên có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên đoạn $[2; 5]$ suy ra giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng $f(2)$. Theo giả thiết $f(2) = -3 \Leftrightarrow 2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3$.

- Câu 69.** Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .
A. $m = -3$. **B.** $m = -9$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$. Như vậy trên đoạn $[2; 5]$ hàm số đồng biến. Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là $y(2) = 2m + 3$.
 $y(2) = -3 \Leftrightarrow 2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 70. Tìm số các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$ trên đoạn $[0; 1]$ là bằng 1.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Đáp án C.

$$\text{Ta có } -\frac{b}{2a} = \frac{-(2m+1)}{2}; \Delta = 4m+5.$$

Vì $a > 0$ nên đồ thị hàm số là một parabol quay bề lõm lên trên và có điểm thấp nhất là đỉnh

$$I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right).$$

Từ đó ta xét các trường hợp sau:

* Trường hợp 1:

$$\begin{aligned} \frac{-b}{2a} \in (0; 1) &\Leftrightarrow 0 < \frac{-(2m+1)}{2} < 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{-3}{2} < m < \frac{-1}{2} \quad (1). \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \min_{[0;1]} f(x) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(4m+5)}{4}.$$

$$\text{Vậy ta phải có } \frac{-(4m+5)}{4} = 1$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-9}{4} \text{ (không thỏa mãn (1)).}$$

* Trường hợp 2:

$$\frac{-b}{2a} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-(2m+1)}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{2} \quad (2).$$

$$\text{Khi đó } \min_{[0;1]} f(x) = f(0) = m^2 - 1.$$

$$\text{Ta phải có } m^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}.$$

$$\text{Chỉ có } m = -\sqrt{2} \text{ thỏa mãn (2).}$$

* Trường hợp 3:

$$\frac{-b}{2a} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{-(2m+1)}{2} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{-3}{2} \quad (3).$$

$$\text{Khi đó } \min_{[0;1]} f(x) = f(1) = m^2 + 2m + 1.$$

$$\text{Ta phải có } m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = -2.$$

$$\text{Chỉ có } m = -2 \text{ thỏa mãn (3).}$$

$$\text{Vậy } m \in \{-2; -\sqrt{2}\}.$$

- Câu 71.** Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$. Đặt $m = \min_{x \in [-1;1]} f(x)$ và $M = \max_{x \in [-1;1]} f(x)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $M - m = 8$. Tính tổng bình phương các phần tử thuộc S .
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Lời giải

Đáp án C.

Đồ thị hàm số là một parabol quay bề lõm lên trên và có đỉnh có hoành độ $x_0 = m + \frac{1}{m}$.

$$\text{Ta có } |x_0| = \left| m + \frac{1}{m} \right| = |m| + \left| \frac{1}{m} \right|$$

$$\geq 2\sqrt{|m| \cdot \left| \frac{1}{m} \right|} = 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m = \pm 1$

Vậy $x_0 \notin [-1;1]$.

Ta thấy nếu $x_0 < -1$ thì

$$m = \min_{x \in [-1;1]} f(x) = f(-1),$$

$$M = \max_{x \in [-1;1]} f(x) = f(1).$$

Ngược lại nếu $x_0 > 1$ thì

$$m = \min_{x \in [-1;1]} f(x) = f(1),$$

$$M = \max_{x \in [-1;1]} f(x) = f(-1).$$

$$\text{Vậy } M - m = 8 \Leftrightarrow |f(1) - f(-1)| = 8$$

$$\Leftrightarrow \left| 4\left(m + \frac{1}{m}\right) \right| = 8 \Leftrightarrow \left| m + \frac{1}{m} \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Vậy $S = \{-1;1\}$. Do đó tổng bình phương các phần tử thuộc S bằng 2.

- Câu 72.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 3(m+1)x + m^2 + 3m - 2$, m là tham số. Giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $m \in (1;4)$. B. $m \in (3;9)$. C. $m \in (-5;1)$. D. $m \in (-2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho là hàm số bậc hai (biến x) và có hệ số $a = 2 > 0$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số là

$$-\frac{\Delta}{4a} = \frac{-m^2 + 6m - 25}{8}. \text{ Đặt } f(m) = -\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{25}{8}.$$

$f(m)$ là hàm số bậc hai (biến m) có hệ số $a = -\frac{1}{8} < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại

$$m = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = 3 \in (1;4).$$

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4ax + (a^2 - 3x + 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ là bằng 3.

- A. $\{-1; 4 + \sqrt{7}\}$. B. $\{4 + \sqrt{7}\}$. C. $\{-1\}$. D. $\{1; 4 - \sqrt{7}\}$.

Lời giải

Ta có: tọa độ đỉnh $I\left(\frac{4a+3}{8}; \frac{23-24a}{16}\right)$

BBT:

x	$-\infty$	$\frac{4a+3}{8}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$\frac{23-24a}{16}$	$+\infty$

+ Nếu $\frac{4a+3}{8} \geq 2 \Leftrightarrow a \geq \frac{13}{4}$

$$\min_{x \in [0; 2]} y = f(2) = a^2 - 8a + 12 = 3 \Leftrightarrow a^2 - 8a + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 + \sqrt{7} \text{ (TM)} \\ a = 4 - \sqrt{7} \text{ (Loại)} \end{cases}$$

+ Nếu $\frac{4a+3}{8} \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -\frac{3}{4}$

$$\min_{x \in [0; 2]} y = f(0) = a^2 + 2 = 3 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ (Loại)} \\ a = -1 \text{ (TM)} \end{cases}$$

+ Nếu $0 < \frac{4a+3}{8} < 2 \Rightarrow 0 < a < \frac{13}{4}$: $\min_{x \in [0; 2]} y = \frac{23-24a}{16} = 3 \Leftrightarrow a = \frac{-25}{24}$, loại.

Vậy các giá trị cần tìm của a là: $a \in \{4 + \sqrt{7}; -1\}$.

Câu 74. Cho hàm số $y = 2x^2 - 3(m+1)x + m^2 + 3m - 2$, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất.

- A. $m = -2$ B. $m = 1$ C. $m = 3$ D. $m = 5$

Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc hai với hệ số $a = 2 > 0$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3(m+1)}{4}$ và

$$y_{\min} = y\left(\frac{3(m+1)}{4}\right) = -\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{25}{8} = -\frac{1}{8}(m-3)^2 - 2 \leq -2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 3$.

Câu 75. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = 3$.

B. $T = \frac{1}{2}$.

C. $T = \frac{9}{2}$.

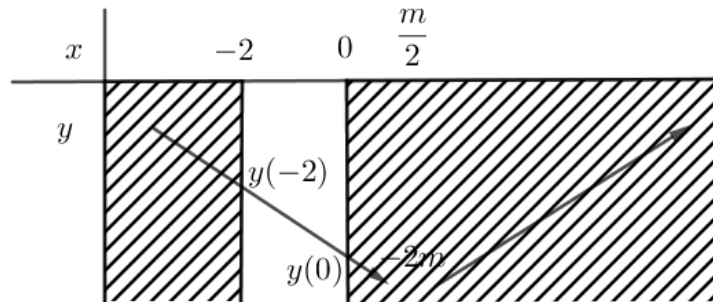
D. $T = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đỉnh $I\left(\frac{m}{2}; -2m\right)$.

Do $m > 0$ nên $\frac{m}{2} > 0$. Khi đó đỉnh $I \notin [-2; 0]$.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ là $y(0) = 3$ tại $x = 0$.

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow S = \{3\}.$$

Câu 76. Cho hàm số $y = x^2 - (m + \sqrt{m^2 - 4})x + 4m + 2\sqrt{m^2 - 4}$ ($m \neq 0$). Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 1]$ lần lượt là $y_1; y_2$. Số giá trị của m để $y_1 - y_2 = 8$ là

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện của m là $m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$.

- Xét $m \leq -2$ ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{2} < 0$. Khi đó các số $0; 1$ đều nằm bên phải $-\frac{b}{2a}$ nên

$$y_2 = y(0) = 4m + 2\sqrt{m^2 - 4}; y_1 = y(1) = \sqrt{m^2 - 4} + 3m + 1.$$

$$y_1 - y_2 = 8 \Leftrightarrow -m - 7 = \sqrt{m^2 - 4} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -7 \\ m = -\frac{53}{14} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

- Xét $m \geq 2$ ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{2} \geq \frac{m}{2} = 1$; khi đó $0; 1$ đều nằm bên trái $-\frac{b}{2a}$ suy ra

$$y_1 = y(0) = 4m + 2\sqrt{m^2 - 4}; y_2 = y(1) = \sqrt{m^2 - 4} + 3m + 1$$

$$y_1 - y_2 = 8 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 4} = 9 - m \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m \leq 9 \\ m = \frac{85}{18} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{85}{18}.$$

Vậy chỉ có duy nhất một giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 77. Giả sử hàm số $y = -x^2 + 2x + 4\sqrt{(3-x)(x+1)} + 3$ có tập giá trị $W = [a; b]$. Hãy tính giá trị của biểu thức $K = a^2 + b^2$.

A. $K = 145$.B. $K = 144$.C. $K = 143$.

D. 169.

Lời giải**Chọn B**

- Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow (3-x)(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Vậy TXĐ: $D = [-1; 3]$.

- Đặt $t = \sqrt{(3-x)(x+1)}$, với $t \in [0; 2]$.

$$\Rightarrow t^2 = (3-x)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow t^2 = -x^2 + 2x + 3.$$

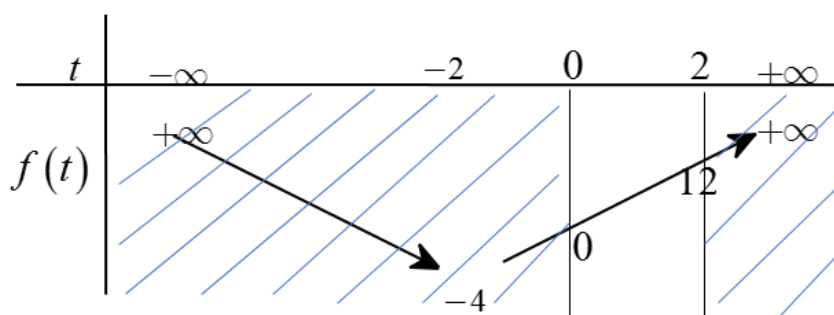
Khi đó hàm số đã cho trở thành: $f(t) = t^2 + 4t$, với $t \in [0; 2]$.

Ta có đỉnh I của Parabol (P) của hàm số $f(t) = t^2 + 4t$ có hoành độ: $t_I = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$.

Khi đó $f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) = -4$.

Hay $I(-2; -4)$.

- Ta lập BBT hàm số $f(t) = t^2 + 4t$, với $t \in [0; 2]$.



- Từ BBT ta suy ra tập giá trị của hàm số đã cho là $W = [0; 12]$. Khi đó $K = 0^2 + 12^2 = 144$.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Để xác định hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (đồng nghĩa với xác định các tham số a, b, c) ta cần dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là a, b, c . Từ đó tìm được a, b, c . Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

- Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = x_0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = x_0$.

- Đồ thị hàm số có đỉnh là $I(x_I; y_I) \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = x_I \\ -\frac{\Delta}{4a} = y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = x_I \\ f(x_I) = y_I \end{cases}$.

- Trên $\square$, ta có:

1. $f(x)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a < 0$. Lúc này $\text{Max}_{\square} f(x) = -\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

2. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow a > 0$. Lúc này $\text{Min}_{\square} f(x) = -\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) , đỉnh của (P) được xác định bởi công thức nào?

A. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. B. $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. C. $I\left(\frac{b}{a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$. D. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{2a}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đỉnh của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là điểm $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P) ?

A. $I(0;1)$. B. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. D. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 3. Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x = -\frac{b}{2a}$. B. $x = -\frac{c}{2a}$. C. $x = -\frac{\Delta}{4a}$. D. Không có.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Điểm $I(-2;1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?

A. $y = x^2 + 4x + 5$. B. $y = 2x^2 + 4x + 1$. C. $y = x^2 + 4x - 5$. D. $y = -x^2 - 4x + 3$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ đỉnh là $x_I = -\frac{b}{2a} = -2$. Từ đó loại câu B.

Thay hoành độ $x_I = -2$ vào phương trình Parabol ở các câu A, C, D, ta thấy chỉ có câu A thỏa điều kiện $y_I = 1$.

Câu 5. Xác định các hệ số a và b để Parabol $(P): y = ax^2 + 4x - b$ có đỉnh $I(-1; -5)$.

A. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x_I = -1 \Rightarrow -\frac{4}{2a} = -1 \Rightarrow a = 2$.

Hơn nữa $I \in (P)$ nên $-5 = a - 4 - b \Rightarrow b = 3$.

Câu 6. Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1; 0)$ và có đỉnh $I(1; 2)$. Tính $a + b + c$.

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo giả thiết ta có hệ: } \begin{cases} a-b+c=0 \\ -\frac{b}{2a}=1 \\ a+b+c=2 \end{cases} \text{ với } a \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+c=0 \\ b=-2a \\ a+b+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=-\frac{1}{2} \\ c=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

- Câu 7.** Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$.
 Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.
 A. $T = 22$. B. $T = 9$. C. $T = 6$. D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a+2b+c=1 \\ -\frac{b}{2a}=1 \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b+c=1 \\ b=-2a \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-2a \\ -a+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b=-4 \\ a=2 \end{cases}$$

Vậy $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$.

- Câu 8.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P). Biết đồ thị của hàm số có đỉnh $I(1;1)$ và đi qua điểm $A(2;3)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$
 A. 3. B. 4. C. 29. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đỉnh $I(1;1)$ và đi qua điểm $A(2;3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=3 \end{cases}$$

Nên $S = a^2 + b^2 + c^2 = 29$

- Câu 9.** Cho Parabol (P): $y = x^2 + mx + n$ (m, n tham số). Xác định m, n để (P) nhận đỉnh $I(2;-1)$.
 A. $m = 4, n = -3$. B. $m = 4, n = 3$. C. $m = -4, n = -3$. D. $m = -4, n = 3$.

Lời giải

Chọn D

Parabol (P): $y = x^2 + mx + n$ nhận $I(2;-1)$ là đỉnh, khi đó ta có

$$\begin{cases} 4+2m+n=-1 \\ -\frac{m}{2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+n=-5 \\ m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=3 \\ m=-4 \end{cases}$$

Vậy $m = -4, n = 3$.

Câu 10. Cho Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(2;0)$ và (P) cắt trục Oy tại điểm $M(0;-1)$. Khi đó Parabol (P) có hàm số là

A. (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 - 3x - 1$.

B. (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 - x - 1$.

C. (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$.

D. (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$

Lời giải

Chọn C

Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c \longrightarrow$ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a}\right)$

Theo bài ra, ta có (P) có đỉnh $I(2;0) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ c - \frac{b^2}{4a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b^2 = 4ac \end{cases} \quad (1)$

Lại có (P) cắt Oy tại điểm $M(0;-1)$ suy ra $y(0) = -1 \Leftrightarrow c = -1 \quad (2)$

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} b = -4a \\ b^2 = -a \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ b^2 = b \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 1; c = -1 \end{cases} \quad (\text{vì } b = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ loại})$

Câu 11. Gọi S là tập các giá trị $m \neq 0$ để parabol (P): $y = mx^2 + 2mx + m^2 + 2m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 7$. Tính tổng các giá trị của tập S

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn A

Khi $m \neq 0$ thì (P): $y = mx^2 + 2mx + m^2 + 2m$ có đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(-1; m^2 + m)$

Vì đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 7$ nên

$m^2 + m = -1 + 7 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases} (TM)$

Vậy tổng các giá trị của tập S: $2 + (-3) = -1$.

Câu 12. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ (1) biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y = -x^2 + 3x + 2$.

B. $y = -x^2 - 3x - 2$.

C. $y = x^2 - 3x + 2$.

D. $y = -x^2 + 3x - 2$.

Lời giải

Chọn D

. Do đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 3x - 2$

Câu 13. Hàm số bậc hai nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$?

A. $y = -x^2 + 5x - 8$. **B.** $y = -2x^2 + 10x - 12$.

C. $y = x^2 - 5x$. **D.** $y = -2x^2 + 5x + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số bậc hai cần tìm có phương trình: $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Hàm số bậc hai có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{1}{2} \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} \\ \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{1}{2} \\ a + b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5a \\ \frac{-25a^2 + 4a(4a - 4)}{4a} = \frac{1}{2} \\ c = 4a - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 10 \\ c = -12 \end{cases}$$

Câu 14. Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a + b + c$, biết (P) đi qua điểm $A(0; 3)$ và có đỉnh $I(-1; 2)$.

A. $a + b + c = 6$

B. $a + b + c = 5$

C. $a + b + c = 4$

D. $a + b + c = 3$

Lời giải

(P) đi qua điểm $A(0; 3) \Rightarrow c = 3$.

$$(P) \text{ có đỉnh } I(-1; 2) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b + 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ a - 2a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6.$$

Đáp án A.

Câu 15. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0; 6)$ có phương trình là

A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$.

B. $y = x^2 + 2x + 6$.

C. $y = x^2 + 6x + 6$.

D. $y = x^2 + x + 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $-\frac{b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 4a \quad (1)$

$$\text{Mặt khác: Vì } A, I \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = a.(-2)^2 + b.(-2) + c \\ 6 = a.(0)^2 + b.(0) + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Kết hợp (1),(2) ta có : } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 6 \end{cases} \text{ . Vậy } (P): y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6.$$

- Câu 16.** Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0;-1)$, $B(1;-1)$, $C(-1;1)$ có phương trình là
A. $y = x^2 - x + 1$. **B.** $y = x^2 - x - 1$. **C.** $y = x^2 + x - 1$. **D.** $y = x^2 + x + 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: Vì } A, B, C \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = a.0^2 + b.0 + c \\ -1 = a.(1)^2 + b.(1) + c \\ 1 = a.(-1)^2 + b.(-1) + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (P): y = x^2 - x - 1.$$

- Câu 17.** Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là
A. $y = x^2 + x + 2$. **B.** $y = 2x^2 + x + 2$. **C.** $y = 2x^2 + 2x + 2$ **D.** $y = x^2 + 2x$

Lời giải

Chọn B

Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5 = a.1^2 + b.1 + 2 \\ 8 = a.(-2)^2 + b.(-2) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \text{ . Vậy hàm số cần tìm là } y = 2x^2 + x + 2.$$

- Câu 18.** Cho $(P): y = x^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó
A. $b = -1$. **B.** $b = 1$. **C.** $b = 3$. **D.** $b = -2$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $A(-1;3)$ vào $(P): y = x^2 + bx + 1$.

$$\text{Ta được: } 3 = (-1)^2 - b + 1 \Leftrightarrow b = -1.$$

- Câu 19.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm $A(1;4)$, $B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$. Tọa độ đỉnh của (P) là:

- A.** $(-2;-11)$ **B.** $(2;5)$ **C.** $(1;4)$ **D.** $(3;6)$

Lời giải

$(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm $A(1;4)$, $B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$ suy ra

$$\begin{cases} a + b + c = 4 \\ a - b + c = -4 \\ 4a - 2b + c = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -x^2 + 4x + 1.$$

Hoành độ của đỉnh của (P) là $x = \frac{-b}{2a} = 2$. Suy ra tung độ của đỉnh của (P) là

$$y = -2^2 + 4.2 + 1 = 5.$$

Đáp án B.

DẠNG 3. SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA PARABOL VỚI ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ KHÁC

Dạng 1. Sự tương giao của đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai

Cho đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$ và đồ thị d của hàm số $y = kx + m$.

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = kx + m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$ax^2 + bx + c = kx + m \Leftrightarrow ax^2 + (b - k)x + c - m = 0 \quad (2)$$

Nhận xét:

1. Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình (1) và cũng bằng số nghiệm của phương trình (2).
2. Nếu phương trình (2) vô nghiệm thì ta nói d và (P) không giao nhau.
3. Nếu phương trình (2) có nghiệm kép thì ta nói d và (P) tiếp xúc với nhau. Lúc này ta nói d là tiếp tuyến của (P) .
4. Nếu phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thì ta nói d và (P) cắt nhau.

Dạng 2. Sự tương giao của hai đồ thị hàm số bậc hai

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai có đồ thị lần lượt là các đường parabol (P_1) và (P_2) , khi đó tọa độ giao điểm của (P_1) và (P_2) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases} \quad (1)$$

Để giải hệ (1) ta cần giải phương trình $f(x) = g(x)$ (2), phương trình (2) được gọi là phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2) .

* Nhận xét:

- i) Số giao điểm của (P_1) và (P_2) bằng số nghiệm của hệ (1) và bằng số nghiệm của phương trình (2).
- ii) $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai nên phương trình (2) có nhiều nhất 2 nghiệm.
- iii) Các bài toán liên quan đến dạng này thường áp dụng đến nội dung định lý Vi et thuận, nhắc lại như sau. Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 , ta luôn có

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ và } x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Dạng 3. Điểm cố định của đồ thị hàm số

Cho họ hàm số $f(x; m) = 0$ (m là tham số) có đồ thị (P_m) . Để tìm điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m , ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình $f(x; m) = 0$.

Bước 2: Chuyển phương trình về phương trình ẩn m dạng $Am + B = 0$ (hoặc $Am^2 + Bm + C = 0$). Phương trình nghiệm đúng với mọi m .

Khi đó ta có $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$. Tìm được $x_0; y_0 \Rightarrow M(x_0; y_0)$.

Bước 3: Kết luận.

Câu 1. Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = x - 1$ là:

- A. $(1; 0); (3; 2)$. B. $(0; -1); (-2; -3)$.
C. $(-1; 2); (2; 1)$. D. $(2; 1); (0; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = x - 1 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow y = x - 1 = 2$$

Hai giao điểm là: $(1; 0); (3; 2)$.

Câu 2. Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

- A. $M(0; -2), N(2; -4)$. B. $M(-1; -1), N(-2; 0)$.
C. $M(-3; 1), N(3; -5)$. D. $M(1; -3), N(2; -4)$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $M(1; -3), N(2; -4)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số không cắt trục tung. B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại gốc tọa độ.
C. Đồ thị hàm số không có trục đối xứng. D. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Lời giải

Chọn D

Parabol đã cho có hệ số $c = 1$ nên sẽ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 4. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là

- A. $(-2; 6)$ và $(-4; 8)$. B. $(2; 2)$ và $(4; 8)$. C. $(2; -2)$ và $(4; 0)$. D. $(2; 2)$ và $(4; 0)$.

Lời giải**Chọn D.**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 - 7x + 12 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 2 \\ x = 4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}.$$

Câu 5. Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - x$ với $(P): y = x^2 - 2x + 1$ là**A.** $x = 0; x = 1$.**B.** $x = 1$.**C.** $x = 0; x = 2$.**D.** $x = 0$.**Lời giải****Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$1 - x = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 6. Gọi $A(a; b)$ và $B(c; d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y = 2x - x^2$ và $\Delta: y = 3x - 6$. Giá trị của $b + d$ bằng.**A.** 7.**B.** -7.**C.** 15.**D.** -15.**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } 2x - x^2 = 3x - 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 0 \\ x = -3 \Rightarrow y = -15 \end{cases}$$

$$b + d = -15$$

Câu 7. Cho parabol (P) có phương trình $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x-1) = x^2 - 5x + 5 \forall x \in \mathbb{R}$. Số giao điểm của (P) và trục hoành là:**A.** 0**B.** 1**C.** 2**D.** 3**Lời giải**

$$\text{Ta có } f(x-1) = x^2 - 5x + 5 = (x-1)^2 - 3(x-1) + 1. \text{ Suy ra } f(x) = x^2 - 3x + 1.$$

$$\text{Phương trình } x^2 - 3x + 1 = 0 \text{ có } \Delta = 3^2 - 4.1.1 = 5 > 0 \text{ nên có hai nghiệm phân biệt.}$$

Vậy (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.**Đáp án C.****Câu 8.** Cho hai parabol có phương trình $y = x^2 + x + 1$ và $y = 2x^2 - x - 2$. Biết hai parabol cắt nhau tại hai điểm A và B ($x_A < x_B$). Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 4\sqrt{2}$

B. $AB = 2\sqrt{26}$

C. $AB = 4\sqrt{10}$

D. $AB = 2\sqrt{10}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol:

$$2x^2 - x - 2 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 1; x = 3 \Rightarrow y = 13, \text{ do đó hai giao điểm là } A(-1; 1) \text{ và } B(3; 13).$$

$$\text{Từ đó } AB = \sqrt{(3+1)^2 + (13-1)^2} = 4\sqrt{10}.$$

Đáp án C.**Câu 9.** Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

A. $m < -\frac{9}{4}$.

B. $m > -\frac{9}{4}$.

C. $m > \frac{9}{4}$.

D. $m < \frac{9}{4}$.

Lời giải

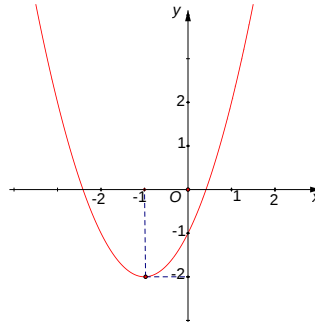
Chọn D

Cho $x^2 + 3x + m = 0$ (1)

Để đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 3^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}.$$

Câu 10. Hàm số $y = x^2 + 2x - 1$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ vô nghiệm.



A. $m < -2$.

B. $m < -1$.

C. $m < 1$.

D. $m > 1$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 + 2x + m = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = -m - 1 \quad (*)$$

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của parabol $y = x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = -m - 1$.

$$\text{Ycbt} \Rightarrow m > 1.$$

Câu 11. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung?

A. 6

B. 5

C. 7

D. 8

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) :

$$x^2 + x - 2 = -(m+1)x + m + 2 \Leftrightarrow x^2 + (m+2)x - m - 4 = 0 \quad (*).$$

d cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8m + 20 > 0 \\ -m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -4.$$

Vậy có 6 giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ thỏa mãn ycbt.

Đáp án A.

Câu 12. Cho parabol $(P): y = x^2 - mx$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x + 1$, trong đó m là tham số. Khi parabol và đường thẳng cắt nhau tại hai điểm phân biệt M, N , tập hợp trung điểm I của đoạn thẳng MN là:

A. một parabol

B. một đường thẳng

C. một đoạn thẳng

D. một điểm

Lời giải

Đáp án A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 - mx = (m+2)x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x - 1 = 0 \quad (*)$$

(*) có a, c trái dấu nên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m . Do đó (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m . Khi đó x_M, x_N là hai nghiệm phân biệt của (*).

Theo Viet ta có $x_M + x_N = 2(m+1)$.

$$\text{Ta có } x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = m+1.$$

$$\text{Suy ra } y_I = (m+2)(m+1) + 1$$

$$= (m+1)^2 + (m+1) + 1 = x_I^2 + x_I + 1.$$

Vậy I luôn thuộc parabol $y = x^2 + x + 1$ với mọi m .

Chú ý: Cho hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB là

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

Câu 13. Cho hàm số $y = x^2 + 3x$ có đồ thị (P) . Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m^2$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm I của đoạn AB nằm trên đường thẳng $d': y = 2x + 3$. Tổng bình phương các phần tử của S là

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: $x^2 + 3x = x + m^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - m^2 = 0 \quad (1)$.

Đề d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + m^2 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Gọi $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình (1), khi đó $A(x_1; x_1 + m^2), B(x_2; x_2 + m^2)$

$$\Rightarrow I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{x_1 + x_2 + 2m^2}{2}\right)$$

Theo Vi ét ta có $x_1 + x_2 = -2; x_1 x_2 = -m^2$ nên $I(-1; m^2 - 1)$.

Vì I thuộc d' nên $m^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = x^2 - 3mx + m^2 + 1 \quad (1)$, m là tham số và đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + m^2$. Tính giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng (d) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 1$.

A. $m = \frac{3}{4}$.

B. $m = -\frac{3}{4}$.

C. $m = 1$.

D. $m = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình

$$x^2 - 3mx + m^2 + 1 = mx + m^2 \Leftrightarrow x^2 - 4mx + 1 = 0 \quad (*)$$

Đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 1$ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt không âm thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 1$.

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt không âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} (**).$

Theo định lí Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$, suy ra (**) $\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 1 > 0 \\ 4m \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{2} \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$.

Lại có, $x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 1 \Leftrightarrow 4m - 2 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $m = \frac{3}{4}$.

- Câu 15.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$ (1). Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1 x_2 + 7$ là
- A. -10. B. 10. C. -6. D. 9.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 - 3x - 5 = 4x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 5 - m = 0$ (*)

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta = (-7)^2 - 4.2(-m - 5) > 0$

$$\Leftrightarrow 8m + 89 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{89}{8}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (*) nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-5-m}{2} \end{cases}$.

$$2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1 x_2 + 7 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - 7x_1 x_2 - 7 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{-5-m}{2}\right) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 70 + 7m = 0 \Leftrightarrow m = -10 \text{ (thỏa mãn đk } m > -\frac{89}{8} \text{)}.$$

Vậy $m = -10$ là giá trị cần tìm.

- Câu 16.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = mx - 3$ không có điểm chung với Parabol $y = x^2 + 1$?
- A. 6. B. 9. C. 7. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 1 = mx - 3 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 = 0$ (*)

Đường thẳng $y = mx - 3$ không có điểm chung với Parabol $y = x^2 + 1 \Leftrightarrow$ Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = mx + 3 - 2m$ cắt parabol $y = x^2 - 3x - 5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

- A. $m < -3$. B. $-3 < m < 4$. C. $m < 4$. D. $m \leq 4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x - 5 = mx + 3 - 2m \Leftrightarrow x^2 - (m+3)x + 2m - 8 = 0$ (*).

Đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Câu 18. Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$.

- A. $m = 2$. B. Không tồn tại m . C. $m = -2$. D. $m = \pm 2$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (1).

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$

$\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 19. Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 5$ và đường thẳng $d: y = 2mx + 2 - 3m$. Tìm tất cả các giá trị m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung.

- A. $1 < m < \frac{7}{3}$. B. $m > 1$. C. $m > \frac{7}{3}$. D. $m < 1$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$x^2 + 2x - 5 = 2mx + 2 - 3m \Leftrightarrow x^2 + 2(1-m)x - 7 + 3m = 0 \quad (*)$$

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung khi và chỉ khi phương trình

(*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-m)^2 + 7 - 3m > 0 \\ -2(1-m) > 0 \\ -7 + 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m + 8 > 0 \\ 1-m < 0 \\ 3m-7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{7}{3}.$$

$$\text{Vậy } m > \frac{7}{3}.$$

Câu 20. Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$. Tính T .

- A. $T = -9$. B. $T = \frac{3}{2}$. C. $T = -15$. D. $T = 3$.

Lời giải**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là: $x^2 - 4x + m = 0$ (1).

(P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| = 3|x_2|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 = 3x_2 \\ x_1 = -3x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ x_1 = 3x_2 \\ x_1 = -3x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ x_1 = 3x_2 \\ x_1 = -3x_2 \end{cases}.$$

Mặt khác, theo định lý Viet cho phương trình (1) thì: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}.$

Với $x_1 = 3x_2 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1 \Rightarrow m = 3$ thỏa mãn.

Với $x_1 = -3x_2 \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = -2 \Rightarrow m = -12$ thỏa mãn.

Có hai giá trị của m là $m = 3$ và $m = -12$.

Vậy $T = -9$. Chọn đáp án **A**.

Câu 21. Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$.

A. $m = 2$.

B. Không tồn tại m .

C. $m = -2$.

D. $m = \pm 2$.

Lời giải**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (1).

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$

$\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 22. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a - b + c$, biết rằng đường thẳng $y = -2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y = 2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5 .

A. $a - b - c = -2$

B. $a - b - c = 2$

C. $a - b - c = 1$

D. $a - b - c = -1$

Lời giải**Đáp án D.**

Vì đường thẳng $y = -2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y = 2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5 nên suy ra tọa độ đỉnh của (P) là:

$$\left(\frac{-1+5}{2}; 2,5 \right) = (2; 2,5).$$

Vậy (P) đi qua ba điểm $(2; 2,5)$, $(-1; 2)$ và $(5; 2)$.

Từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} a-b+c=2 \\ 25a+5b+c=2 \\ 4a+2b+c=2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{10} \\ b=\frac{-4}{10} \\ c=\frac{15}{10} \end{cases}.$$

Vậy $a-b-c=-1$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - 2|x| + 1 - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

Lời giải

Cách 1: $x^2 - 2|x| + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2|x| + 1 = m$ (*). Số nghiệm của (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ và đường thẳng $y = m$.

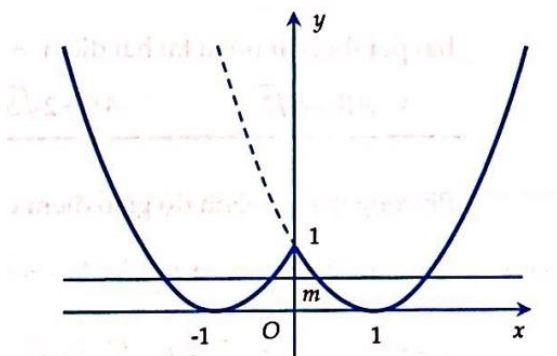
Dễ thấy hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ là một hàm số chẵn, do đó có đồ thị đối xứng qua trục Oy. Mặt khác ta có $y = x^2 - 2|x| + 1 = x^2 - 2x + 1$ với $x \geq 0$.

Từ đó ta có cách vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ như sau:

- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 1$;

- Bước 2: Xóa phần nằm bên trái trục tung (ứng với $x < 0$) của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 1$;

- Bước 3: Lấy đối xứng phần nằm bên phải trục tung (ứng với $x \geq 0$) của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 1$ qua trục tung.



Quan sát trên đồ thị ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Suy ra không có giá trị nguyên nào của m để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Cách 2: Đặt $t = |x|, t \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + 1 - m = 0$ (**).

Ta thấy với $t = 0$ thì $x = 0$, với $t > 0$ thì $x = \pm t$.

Do đó để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt thì (**) phải có hai nghiệm dương phân

$$\text{biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - (1 - m) > 0 \\ 2 > 0 \\ 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Do đó không có giá trị nguyên nào của m để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Đáp án A.

Câu 24. Biết $S = (a; b)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ tại bốn điểm phân biệt. Tìm $a + b$.

A. $a + b = 1$

B. $a + b = -1$

C. $a + b = 2$

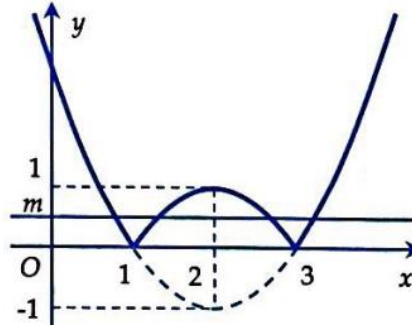
D. $a + b = -2$

Lời giải

$$\text{Ta có } y = |x^2 - 4x + 3| = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{khi } x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ -(x^2 - 4x + 3) & \text{khi } x^2 - 4x + 3 < 0 \end{cases}.$$

Từ đó ta có cách vẽ đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$:

- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$;
- Bước 2: Giữ nguyên phần nằm trên trục Ox của đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$;
- Bước 3: Lấy đối xứng phần nằm dưới trục Ox của đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$.



Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Vậy $S = (0; 1)$. Suy ra $a + b = 1$.

Đáp án A.

Câu 25. Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x|\sqrt{x^2 - 4|x|} + 4 = m$ có 6 nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $a + b$.

- A.** $a + b = 6$
- B.** $a + b = 4$
- C.** $a + b = 1$
- D.** $a + b = 2$

Lời giải

Đáp án C.

$$\text{Ta có } |x|\sqrt{x^2 - 4|x|} + 4 = m$$

$$\Leftrightarrow |x|\sqrt{(|x| - 2)^2} = m$$

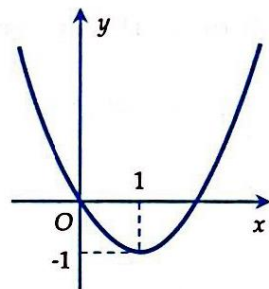
$$\Leftrightarrow ||x|(|x| - 2)| = m$$

Phương trình $||x|(|x| - 2)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số

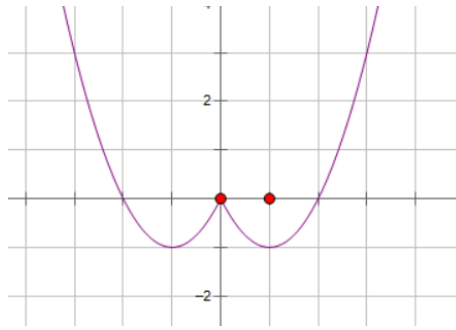
$y = ||x|(|x| - 2)|$ và đường thẳng $y = m$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = ||x|(|x| - 2)|$:

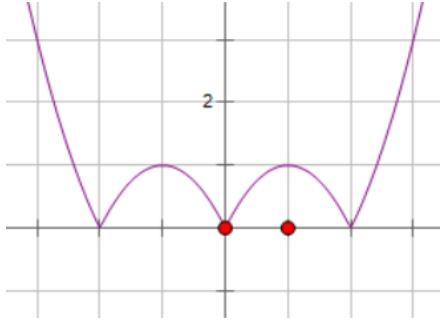
- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = x(x - 2)$.



- Bước 2: Từ đồ thị hàm số $y = x(x - 2)$ suy ra đồ thị hàm số $y = ||x|(|x| - 2)|$.



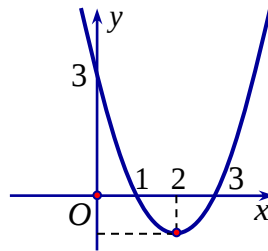
- Bước 3: Từ đồ thị hàm số $y = |x|(|x| - 2)$ suy ra đồ thị hàm số $y = ||x|(|x| - 2)||$.



Quan sát đồ thị ta thấy phương trình $|x|\sqrt{x^2 - 4}|x| + 4 = m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (0; 1)$.

Vậy $a + b = 1$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m - 2)f(|x|) + m - 3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?



A. 1.

B. 3.

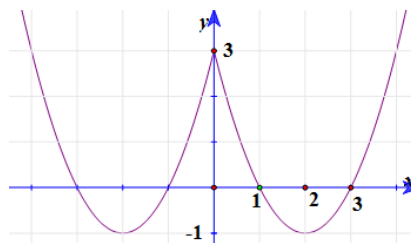
C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị (C) suy ra đồ thị (C') của hàm số $y = f(|x|)$ gồm 2 phần: Phần 1 giữ nguyên phần (C) bên phải trục Oy; phần 2 lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy.



$$\text{Ta có: } f^2(|x|) + (m - 2)f(|x|) + m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(|x|) = -1 & (1) \\ f(|x|) = 3 - m & (2) \end{cases}.$$

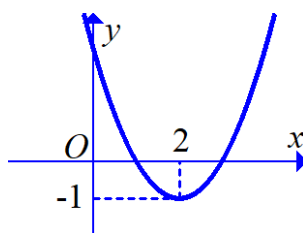
Từ đồ thị (C') $\Rightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy để phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt, khác hai 2 nghiệm của phương trình (1) (*).

Từ đồ thị (C') , ta có $(*) \Leftrightarrow -1 < 3 - m < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

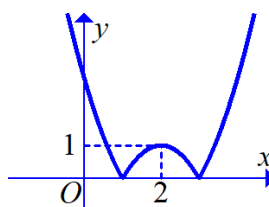


- A. $0 < m < 1$. B. $-1 < m < 0$. C. $m = -1$; $m = 3$. D. $m > 3$.

Lời giải

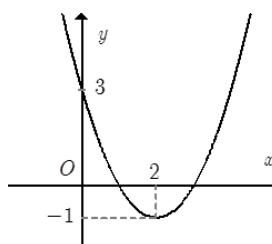
Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$. Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ dưới đây.



Do đó phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.

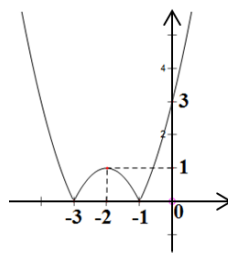


Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|ax^2 - bx + c| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$. B. $m = 0$.
C. $m = 1$. D. không có giá trị của m .

Lời giải

Chọn D

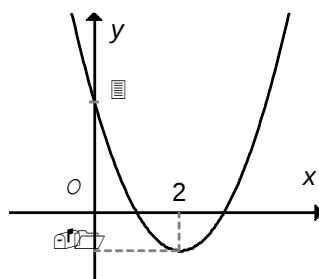


Đồ thị (C_1) của hàm số $y = ax^2 - bx + c = a(-x)^2 + b(-x) + c$ đối xứng với đồ thị (C) của hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ qua trục tung.

Từ đó suy ra đồ thị (C_2) của hàm số $y = |ax^2 - bx + c|$ gồm phần đồ thị (C_1) ở phía trên Ox (kể cả các điểm thuộc Ox) và phần đối xứng qua Ox của phần (C_1) nằm phía dưới trục hoành (như hình vẽ).

Dựa vào đồ thị suy ra đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C_2) tại 4 điểm phân biệt khi $0 < m < 1$, hay phương trình $|ax^2 - bx + c| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Không có số nguyên m nào thuộc khoảng $(0;1)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt



A. $m = 4$.

B. $m > 0$.

C. $m > -1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

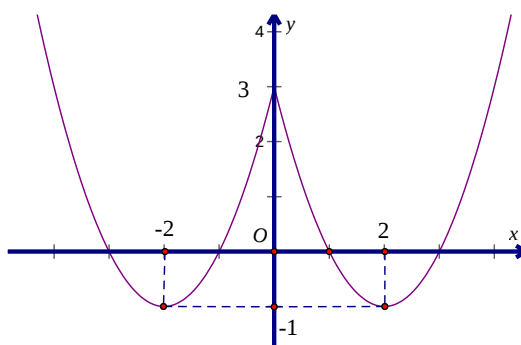
Đồ thị hàm số cắt Oy tại $(0;3)$ $\Rightarrow c = 3$

Đồ thị hàm số nhận $(2;-1)$ làm đỉnh nên ta có
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$

Ta có $f(|x|) + 1 = m \Leftrightarrow y = f(|x|) = m - 1$

Ta có đồ thị hàm $y = f(|x|)$ (C) như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f(|x|) + 1 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số (C) với đường thẳng $y = m - 1 \Leftrightarrow m - 1 = 3 \Leftrightarrow m = 4$

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $-2 < m < -1$.

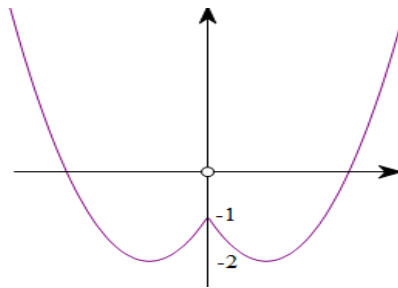
B. $1 < m < 2$.

C. $-2 \leq m \leq -1$.

D. $1 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn B



Hàm số $y = x^2 - 2|x| - 1$ có đồ thị được suy ra từ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ bằng cách bỏ phần đồ thị phía trái trục tung và lấy thêm phần đối xứng của phần phía phải trục tung qua trục tung (như hình vẽ)

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m - 3 < -1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Câu 31. Với giá trị nào của m thì phương trình $m = |x^2 - 5x + 4|$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m \leq \frac{9}{4}$.

B. $m \geq \frac{9}{4}$.

C. $m = \frac{9}{4}$.

D. $m = 0$.

Lời giải

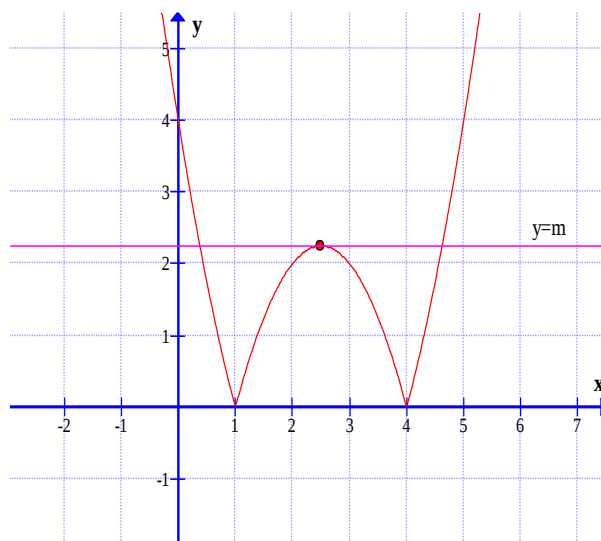
Chọn C

Ta có: $y = |x^2 - 5x + 4| = \begin{cases} x^2 - 5x + 4 & \text{khi } x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ -(x^2 - 5x + 4) & \text{khi } x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases} \quad (C)$

Giữ nguyên đồ thị (P) ứng với $y \geq 0$ ta được đồ thị (C_1)

Lấy đối xứng phần đồ thị (P) ứng với $y < 0$ ta được đồ thị (C_2)

Vậy $(C) = (C_1) \cup (C_2)$



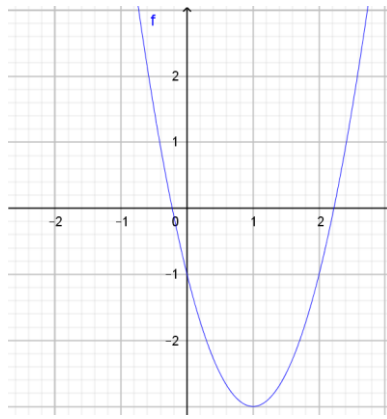
Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm nếu có của đồ thị hàm số $y = |x^2 - 5x + 4|$ (C) và đường thẳng $y = m$ (d)

Yêu cầu bài ra $\Leftrightarrow$ (d) cắt (P) tại 3 điểm phân biệt

-d là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành

Từ đồ thị hàm số ta suy ra (d) cắt (P) tại 3 điểm phân biệt khi $m = \frac{9}{4}$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ cắt đường $y = m + 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ tại 4 điểm phân biệt là?



A. $-3 < m < 0$.

B. $0 < m < 3$.

C. $1 < m < 4$.

D. $-1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

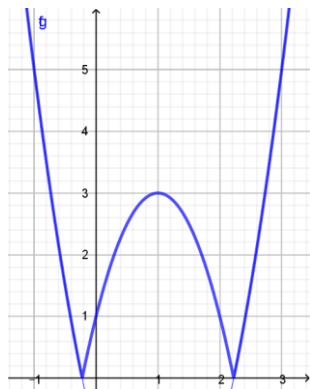
Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta suy ra cách vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

-Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía trên trục hoành.

-Lấy đối xứng phần đồ thị dưới trục hoành qua trục hoành.

-Xóa phần đồ thị phía dưới trục hoành.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ ta có đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.



Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $m < -3$.

B. $m > -\frac{81}{4}$.

C. $-\frac{81}{4} < m < 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 9|x| = m \Leftrightarrow x^2 - 9|x| - m = 0$ (1)

Đặt $t = |x|$, $t \geq 0$.

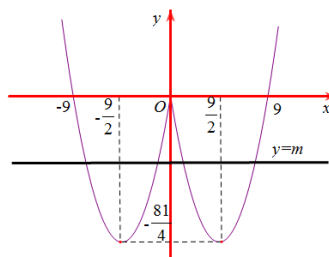
(1) $\Rightarrow t^2 - 9t - m = 0$ (2)

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81 + 4m > 0 \\ 9 > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{81}{4} < m < 0.$$

Cách 2:

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$



Dựa vào đồ thị suy ra đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-\frac{81}{4} < m < 0$.

Câu 34. Cho phương trình $x^2 - 2x - 2|x - m| + 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có 3 nghiệm thực?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

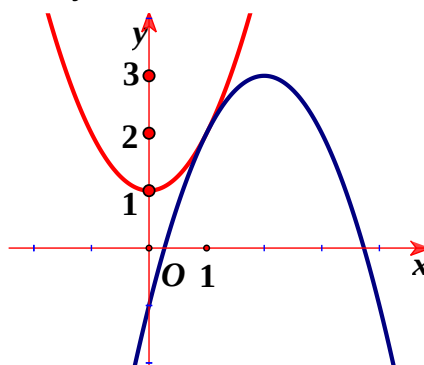
Lời giải

Chọn C

$$pt \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 2(x-m) \\ (x-1)^2 = -2(x-m) \end{cases}$$

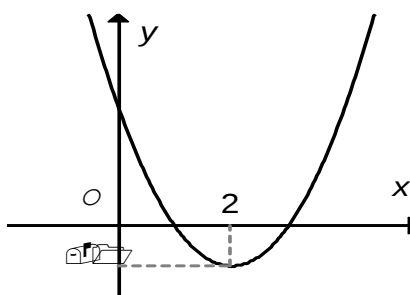
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x - 1 = 2m \\ x^2 + 1 = 2m \end{cases}$$

Vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 1$ và $y = x^2 + 1$ trên cùng 1 hệ trục tọa độ:



Từ đồ thị suy ra để phương trình có 3 nghiệm thì $\begin{cases} 2m = 1 \\ 2m = 2 \\ 2m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.



A. $-1 < m < 0$.

B. $m > 3$.

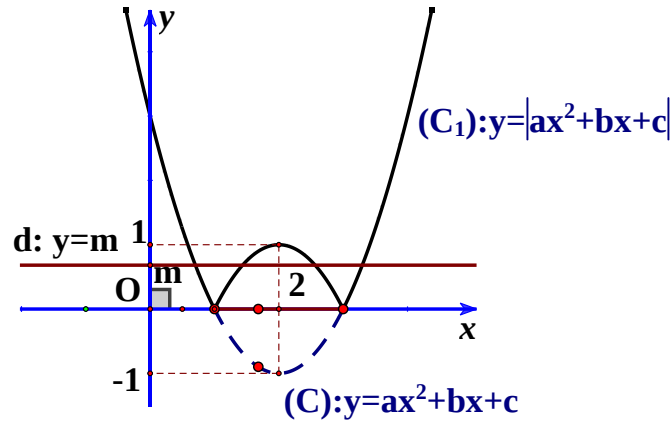
C. $m = -1, m = 3$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải

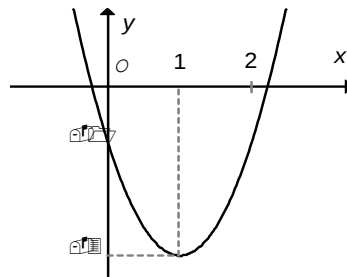
Chọn D

Từ đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ ta suy ra đồ thị hàm $y = |f(x)| = |ax^2 + bx + c|$.



Phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |ax^2 + bx + c|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 36. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ như hình bên. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[0; 2018]$ để phương trình $|ax^2 + b|x| + c| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?



A. 2016.

B. 2015.

C. 2018.

D. 2017.

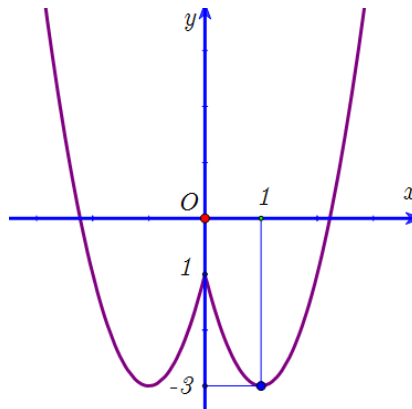
Lời giải

Chọn A

Gọi $(C): y = ax^2 + bx + c$; $(C_1): y = ax^2 + b|x| + c$; $(C_2): y = |ax^2 + b|x| + c|$

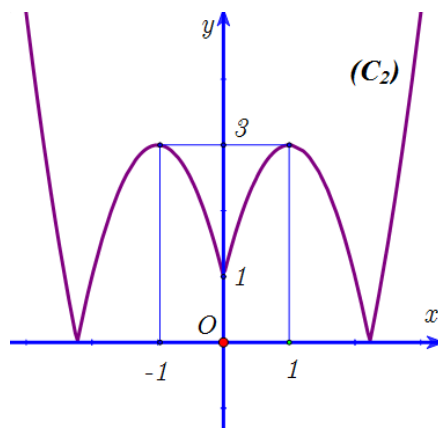
Từ (C) suy ra (C_1) như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) bên phải trục tung.
- Lấy đối xứng phần đồ thị (C) bên phải trục tung qua trục tung.



Từ (C_1) suy ra (C_2) như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị (C_1) phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) phía dưới trục hoành qua trục hoành.



Ta có phương trình $|ax^2 + b|x| + c| - m = 0 \Leftrightarrow |ax^2 + b|x| + c| = m \quad (*)$

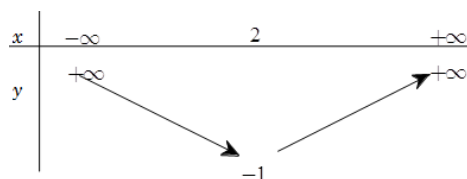
Khi đó số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm giữa (C_2) và đường thẳng $y = m$.

Vì vậy để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 3 \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Q} \\ m \in [0; 2018] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Q} \\ m = 0 \vee m \in (3; 2018] \end{cases} \Rightarrow m \in \{0; 4; 5; 6; \dots; 2018\}$.

Vậy có 2016 giá trị của m .

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ có đúng ba nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. không tồn tại m .

Lời giải

Chọn B

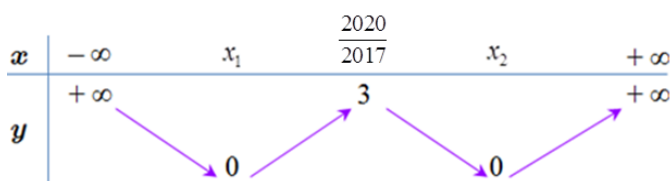
Dựa vào BBT ta thấy hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đạt GTNN bằng -1 tại $x = 2$ và có hệ số $a > 0$.

Ta biểu diễn được: $f(x) = a(x - 2)^2 - 1 = ax^2 - 4ax + 4a - 1$

Do đó $f(2017x - 2018) = a(2017x - 2020)^2 - 1 \Rightarrow f(2017x - 2018) - 2 = a(2017x - 2020)^2 - 3$.

Vậy GTNN của $y = f(2017x - 2018) - 2$ bằng -3 tại $x = \frac{2020}{2017}$.

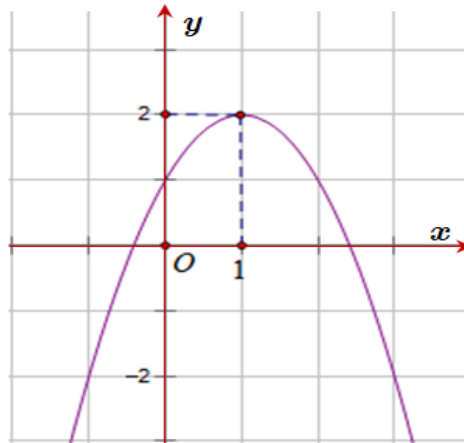
BBT của hàm số $y = |f(2017x - 2018) - 2|$ có dạng:



Số nghiệm của phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(2017x - 2018) - 2|$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ có đúng ba nghiệm khi $m = 3$.

- Câu 38.** Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(-x) + m - 2019 = 0$ có duy nhất một nghiệm.



- A. $m = 2015$. B. $m = 2016$. C. $m = 2017$. D. $m = 2019$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đạt GTLN bằng 2 tại $x = 1$ và có hệ số $a < 0$. Ta biểu diễn được: $f(x) = a(x-1)^2 + 2 = ax^2 - 2ax + a + 2$

$$\Rightarrow f(-x) = a(x+1)^2 + 2.$$

Vậy GTLN của $y = f(-x)$ bằng 2 tại $x = -1$. (vì hệ số $a < 0$).

Số nghiệm của phương trình $f(-x) + m - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(-x) = 2019 - m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(-x)$ và đường thẳng $y = 2019 - m$

Do đó phương trình có nghiệm duy nhất khi $2019 - m = \max f(x) \Leftrightarrow 2019 - m = 2 \Leftrightarrow m = 2017$.

- Câu 39.** Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4|x| + 2$ như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $x^2 - 4|x| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?



- A. $-4 < m < 0$ B. $-2 < m < 2$ C. $0 < m < 4$ D. $-2 \leq m \leq 2$

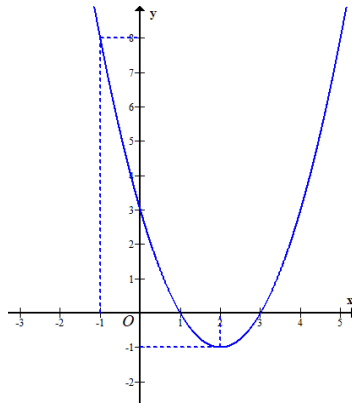
Lời giải

Chọn A.

$$x^2 - 4|x| - m = 0 \quad (1) \Leftrightarrow x^2 - 4|x| = m \Leftrightarrow x^2 - 4|x| + 2 = m + 2 \quad (2)$$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4|x| + 2$ cắt đường thẳng $y = m + 2$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m + 2 < 2 \Leftrightarrow -4 < m < 0$.

- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ):



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 4.

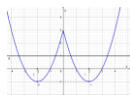
C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

* Vẽ đồ thị hàm số (C') của hàm số $y = f(|x|)$: Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía bên phải trục Oy , bỏ đi phần đồ thị (C) bên trái trục Oy và lấy đối xứng phần đồ thị (C) phía bên phải trục Oy qua trục Oy .



* Ta có $f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(|x|) = -1 \\ f(|x|) = 3-m \end{cases}$.

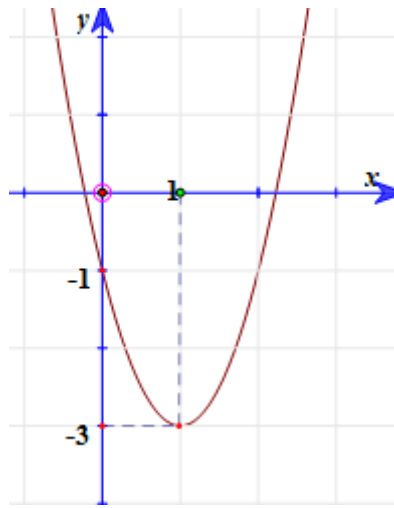
* Từ đồ thị (C') , ta có:

- Phương trình $f(|x|) = -1$ có hai nghiệm là $x = 2, x = -2$.

- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $f(|x|) = 3-m$ có bốn nghiệm phân biệt khác ± 2 suy ra Đường thẳng $d: y = 3-m$ cắt đồ thị (C') tại bốn điểm phân biệt khác A, B

$\Leftrightarrow -1 < 3-m < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4$. Suy ra $m \in \{1, 2, 3\}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f^2(|x|) + f(|x|) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 6.

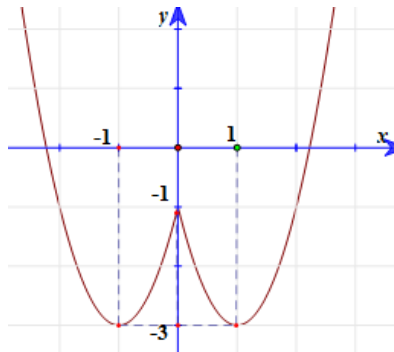
C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

+) Vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$



$$f^2(|x|) + f(|x|) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(|x|) = 1 & (1) \\ f(|x|) = -2 & (2) \end{cases}$$

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = 1$, từ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ ta suy ra (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Số nghiệm của (2) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = -2$, từ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ ta suy ra (2) có 4 nghiệm phân biệt (khác 2 nghiệm của (1)).

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 42. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0; 2017]$ để phương trình $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2016.

B. 2008.

C. 2009.

D. 2017.

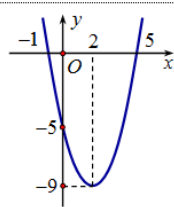
Lời giải

Chọn B

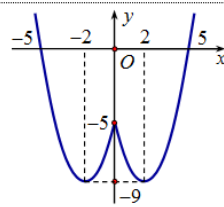
$$\text{PT: } |x^2 - 4|x| - 5| - m = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 4|x| - 5| = m(1).$$

Số nghiệm phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5|(P)$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương Ox).

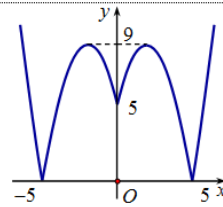
Xét hàm số $y = x^2 - 4x - 5 (P_1)$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.

Xét hàm số $y = x^2 - 4|x| - 5$ (P_2) là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. Mà $y = x^2 - 4|x| - 5 = x^2 - 4x - 5$ nếu $x \geq 0$. Suy ra đồ thị hàm số (P_2) gồm hai phần:

- ☐ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_1) phần bên phải Oy .
- ☐ Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy .

Ta được đồ thị (P_2) như hình 2.

Xét hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5|$ (P), ta có: $y = \begin{cases} x^2 - 4|x| - 5 & (y \geq 0) \\ -(x^2 - 4|x| - 5) & (y < 0) \end{cases}$.

Suy ra đồ thị hàm số (P) gồm hai phần:

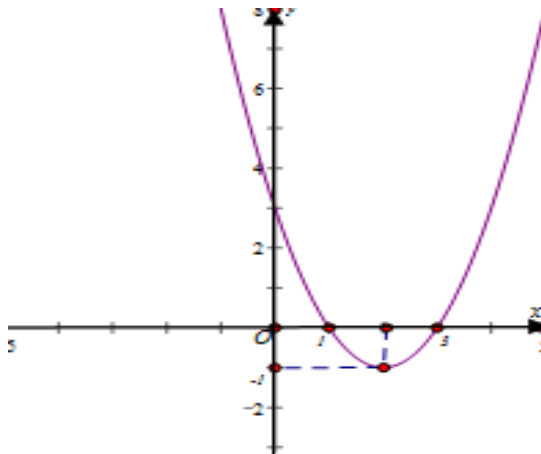
- ☐ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_2) phần trên Ox .
- ☐ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số (P_2) phần dưới Ox qua trục Ox .

Ta được đồ thị (P) như hình 3.

Quan sát đồ thị hàm số (P) ta có: Để $|x^2 - 4|x| - 5| = m$ (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 9 \\ m = 0 \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Q} \\ m \in (0; 2017] \end{cases} \Rightarrow m \in \{10; 11; 12; \dots; 2017\}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$; gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 8 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$.

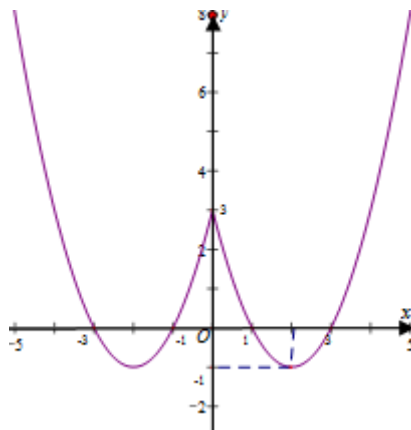
Xét $(P_2): y = f(x) = x^2 - 4|x| + 3$; có $y = f(x)$ là hàm số chẵn; nên (P_2) nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Từ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ (P_1) ; ta vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ (P_2) như sau:

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P_1) bên phải trục Oy .

+) Lấy đối xứng phần đồ thị (P_1) bên phải trục Oy qua trục Oy .

(Bỏ phần đồ thị (P_1) bên trái trục Oy)

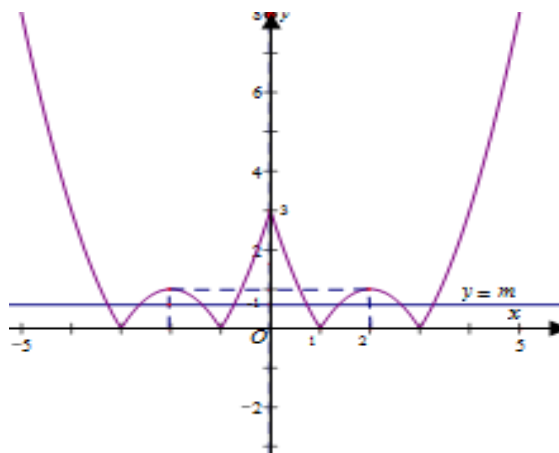


Từ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ (P_2) ta vẽ đồ thị hàm số $y = g(x) = |x^2 - 4|x| + 3|$ (P_3) như sau

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P_2) nằm trên trục Ox .

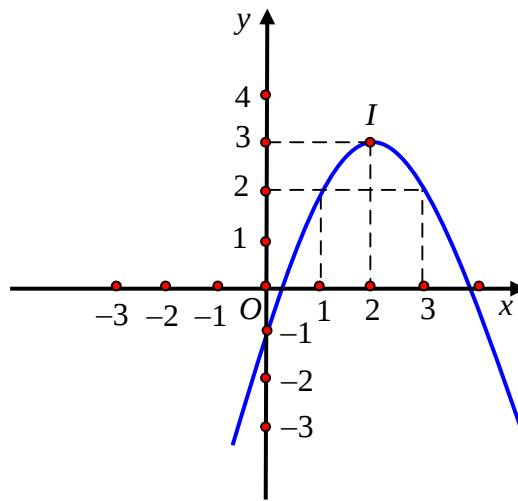
+) Lấy đối xứng phần đồ thị (P_2) nằm trên trục Ox qua trục Ox .

(Bỏ phần đồ thị (P_2) nằm phía dưới trục Ox)



Dựa vào đồ thị hàm số $y = g(x) = |x^2 - 4|x| + 3|$ (P_3) ta có phương trình $|f(x)| = m$ có 8 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Vậy không có giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 44. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị m để phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-1 < m < 3$.

B. $0 < m < 3$.

C. $0 \leq m \leq 3$.

D. $-1 \leq m \leq 3$.

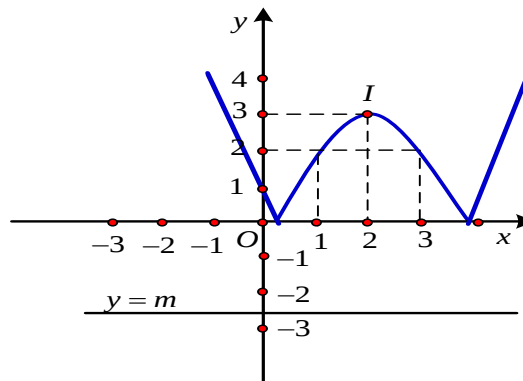
Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta có đỉnh của parabol là $I(2;3)$ nên
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 3 = 4a + 2b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases}.$$

Mặt khác (P) cắt trục tung tại $(0;-1)$ nên $c = -1$. Suy ra
$$\begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

$(P): y = -x^2 + 4x - 1$ suy ra hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ có đồ thị là phần đồ thị phía trên trục hoành của (P) và phần có được do lấy đối xứng phần phía dưới trục hoành của (P) , như hình vẽ sau:



Phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ hay $|-x^2 + 4x - 1| = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ tại bốn điểm phân biệt.

Suy ra $0 < m < 3$.

DẠNG 4. MỘT SỐ CÂU HỎI THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN HÀM SỐ BẬC HAI

Dạng 1: Các bài toán thực tế mà mô hình thực tiễn chưa chuyển về mô hình toán học. Các bước làm như sau:

Bước 1: Dựa vào giả thiết và các yếu tố của đề bài, ta xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả dưới “dạng ngôn ngữ toán học” cho mô hình mô phỏng thực tiễn. Căn cứ vào các yếu tố bài ra ta chọn biến số, tìm điều kiện tồn tại, đơn vị.

Bước 2: Dựa vào các mối liên hệ ràng buộc giữa biến số với các giả thiết của đề bài cũng như các kiến thức liên quan đến thực tế, ta thiết lập hàm số bậc hai. Chuyển yêu cầu đặt ra đối với bài toán thực tiễn thành yêu cầu bài toán hàm số bậc hai.

Bước 3: Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở bước 2. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.

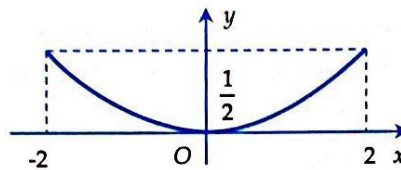
Dạng 2: Các bài toán thực tế đã mô hình hóa bằng một hàm số bậc hai. Thực hiện bước 3 của dạng 1.

- Câu 1.** Một chiếc ăng - ten chảo parabol có chiều cao $h = 0,5m$ và đường kính miệng $d = 4m$. Mặt cắt qua trục là một parabol dạng $y = ax^2$. Biết $a = \frac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m - n$.
- A. $m - n = 7$ B. $m - n = -7$ C. $m - n = 31$ D. $m - n = -31$

Lời giải

Đáp án B.

Từ giả thiết suy ra parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$.



Từ đó ta có $\frac{1}{2} = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$.

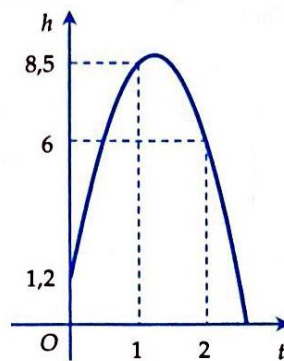
Vậy $m - n = 1 - 8 = -7$.

- Câu 2.** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao 6m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?
- A. 2,56 giây B. 2,57 giây C. 2,58 giây D. 2,59 giây

Lời giải

Đáp án C.

Gọi phương trình của parabol quỹ đạo là $h = at^2 + bt + c$. Từ giả thiết suy ra parabol đi qua các điểm $(0; 1,2)$, $(1; 8,5)$ và $(2; 6)$.



Từ đó ta có

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Vậy phương trình của parabol quỹ đạo là $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Giải phương trình

$h = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 12,2t + 1,2 = 0$ ta tìm được một nghiệm dương là $t \approx 2,58$.

Câu 3. Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$), trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2\text{ m}$ và sau 1 giây thì nó đạt độ cao $8,5\text{ m}$, sau 2 giây nó đạt độ cao 6 m . Tính tổng $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 18,3$. B. $a + b + c = 6,1$.
C. $a + b + c = 8,5$. D. $a + b + c = -15,9$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Từ giả thiết của bài toán ta có hệ phương trình } \begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{49}{10} \\ b = \frac{61}{5} \\ c = 1,2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{17}{2}.$$

Câu 4. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 USD . B. 160 USD . C. 40 USD . D. 240 USD .

Lời giải

Chọn A.

Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

$$\text{Ta có } y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

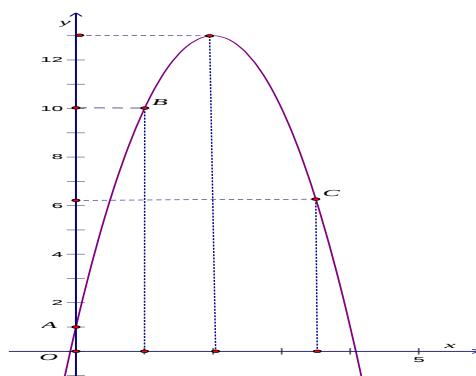
Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD .

Câu 5. Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và $3,5$ giây nó ở độ cao $6,25\text{ m}$. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

- A. 11 m . B. 12 m . C. 13 m . D. 14 m .

Lời giải

Chọn C



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol nên phương trình có dạng $y = ax^2 + bx + c$
 Theo bài ra gán vào hệ tọa độ và sẽ tương ứng các điểm A, B, C nên ta có

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 10 \\ 12,25a + 3,5b + c = 6,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 12 \\ c = 1 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình parabol là $y = -3x^2 + 12x + 1$.

Parabol có đỉnh $I(2;13)$. Khi đó quả bóng đạt vị trí cao nhất tại đỉnh tức $h = 13$ m.

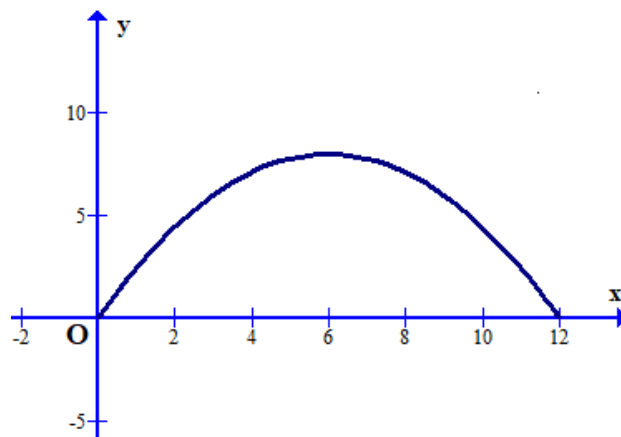
- Câu 6. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019)** Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao 8 m như hình vẽ. Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?



- A. $0 < h < 6$. B. $0 < h \leq 6$. C. $0 < h < 7$. D. $0 < h \leq 7$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + bx$.

Vì chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao, theo hình vẽ ta có parabol đi qua các điểm $(12;0)$ và $(6;8)$, suy ra:

$$\begin{cases} 144a + 12b = 0 \\ 36a + 6b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}.$$

Suy ra parabol có phương trình $y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}$.

Do chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng nên xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3;6)$ khi đó chiều cao của xe là 6.

Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào cổng mà không chạm tường là $0 < h < 6$.

- Câu 7.** Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 64.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Lời giải**Chọn C**

Gọi x là chiều dài của hình chữ nhật.

Khi đó chiều rộng là $8 - x$.

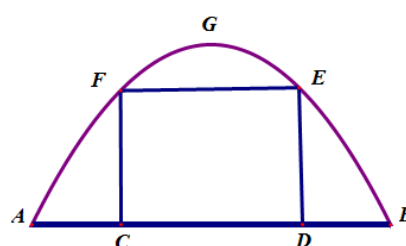
Diện tích hình chữ nhật là $x(8 - x)$.

Lập bảng biến thiên của hàm số bậc hai $f(x) = -x^2 + 8x$ trên khoảng $(0; 8)$ ta được

$$\max_{(0;8)} f(x) = f(4) = 16.$$

Vậy hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng 16 khi chiều dài bằng chiều rộng bằng 4.

Câu 8. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình vẽ bên dưới)

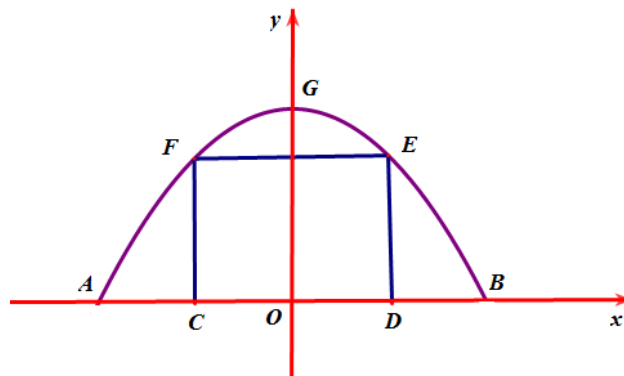


A. 5m.

B. 8,5m.

C. 7,5m.

D. 8m.

Lời giải**Chọn D**

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol (P) : $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên $G(0; 4) \Rightarrow c = 4$.

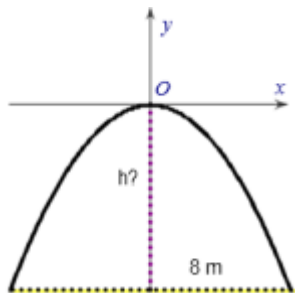
$$\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$$

Lại có, kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m nên $E(2; 3), F(-2; 3) \Rightarrow 3 = 4a + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$.

$$\text{Vậy } (P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4.$$

$$\text{Ta có } -\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases} \text{ nên } A(-4; 0), B(4; 0) \text{ hay } AB = 8(\text{m}).$$

- Câu 9.** Một chiếc cổng hình parabol dạng $y = -\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hãy tính chiều cao h của cổng (xem hình minh họa bên cạnh).



- A. $h = 9m$. B. $h = 7m$. C. $h = 8m$. D. $h = 5m$.

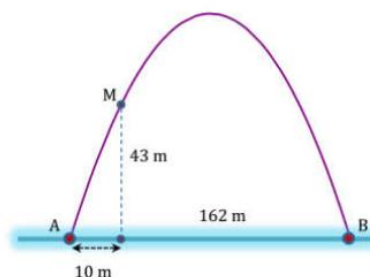
Lời giải

Chọn C

(P): $y = -\frac{1}{2}x^2$, có $d = 8$. Suy ra $\frac{d}{2} = 4$.

Thay $x = 4$ vào $y = -\frac{1}{2}x^2$. Suy ra $y = -8$. Suy ra $h = 8(cm)$.

- Câu 10.** Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



- A. 175,6 m. B. 197,5 m. C. 210 m. D. 185,6 m.

Lời giải

Chọn D

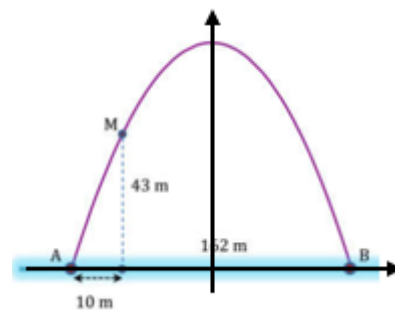
Gắn hệ toạ độ Oxy sao cho gốc toạ độ trùng với trung điểm của AB, tia AB là chiều dương của trục hoành (hình vẽ).

Parabol có phương trình $y = ax^2 + c$, đi qua các điểm: $B(81;0)$

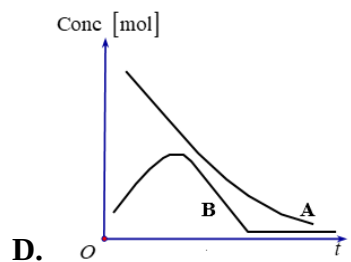
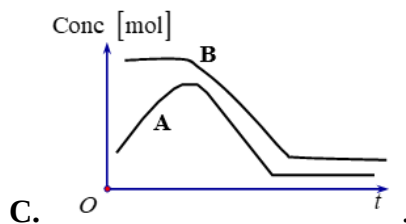
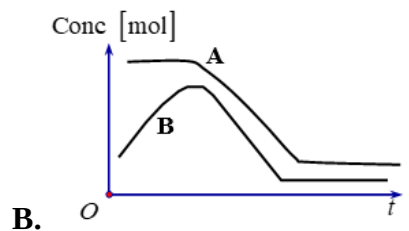
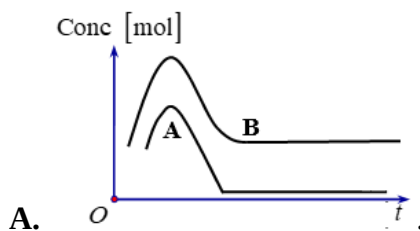
và $M(-71;43)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 185.6$$

Suy ra chiều cao của cổng là $c \approx 185,6 m$.



- Câu 11.** Rót chất A vào một ống nghiệm, rồi đổ thêm chất B vào. Khi nồng độ chất B đạt đến một giá trị nhất định thì chất A mới tác dụng với chất B. Khi phản ứng xảy ra, nồng độ cả hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Đồ thị nồng độ mol theo thời gian nào sau đây thể hiện quá trình của phản ứng?



Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết ta có:

Từ khi bắt đầu rót chất B thì đã có chất A trong ống nghiệm, nên nồng độ chất A ban đầu lớn hơn chất B . Tức là ban đầu, đồ thị nồng độ chất A nằm “phía trên” đồ thị nồng độ chất B (1).

Khi chất B đạt đến một giá trị nhất định thì hai chất mới phản ứng với nhau. Điều này chứng tỏ có một khoảng thời gian từ khi rót chất B đến khi bắt đầu phản ứng xảy ra thì nồng độ chất A là một hằng số. Tức trong khoảng thời gian đó đồ thị nồng độ chất A là đồ thị của một hàm số hằng (2).

Khi phản ứng xảy ra, nồng độ hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Điều này chứng tỏ sau khi kết thúc phản ứng thì chất B được tiêu thụ hết và chất A có thể còn dư (hoặc cũng có thể hết), kể từ khi ngừng phản ứng thì nồng độ chất A trong ống nghiệm không thay đổi nữa, nên đồ thị nồng độ chất A sau phản ứng phải là đồ thị của một hàm số hằng (3).

Từ sự phân tích trên ta thấy chỉ có đồ thị của đáp án

B. phù hợp.

Câu 12. Cô Tình có $60m$ lưới muốn rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

A. $400m^2$.

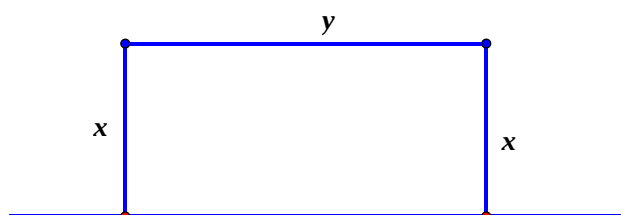
B. $450m^2$.

C. $350m^2$.

D. $425m^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là x, y (như hình vẽ); $0 < x, y < 60$.

Ta có $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

Diện tích hình chữ nhật là $S = xy = x(60 - 2x) = \frac{1}{2} \cdot 2x(60 - 2x) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2x + 60 - 2x}{x} \right) = 450$.

Vậy diện tích hình chữ nhật lớn nhất là $450(m^2)$, đạt được khi $x = 15, y = 30$.